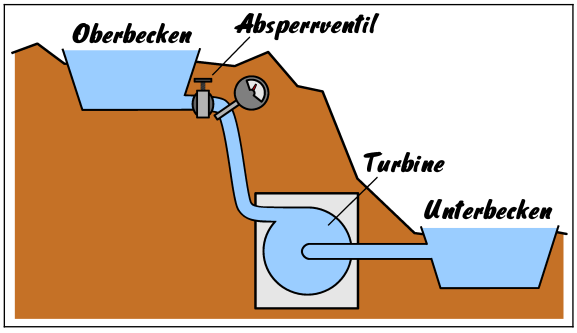
Thema

Einführung in die Integralrechnung



Fach:	Mathematik
Klasse:	
Schulart:	Berufskolleg
Schule:	
Raum:	
Datum:	
Zeit:	

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann

1 Unterrichtsplanung

Lehrer: Henrik Horstmann	**Schulart: 1BK2T** **Klasse: 1BK2T**	**Datum: 22.01.2014** **Ort: Rottenburg** **Zeit: 08:35-09:20 Uhr**
Unterrichtshema:	**Einführung in die Integralrechnung**	**LPE 2**
Folgende Strukturelemente werden vorausgesetzt: (Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten)	Die Schülerinnen und Schüler können... ...Funktionen und Ihre Schaubilder interpretieren ...Ableitungsfunktionen bilden	
Auf folgende Strukturen wird vorbereitet	Berechnung des Flächeninhalts von krummlinig begrenzten Flächen.	
Thema der vorausgegangenen Unterrichtseinheit:	Optimierungsaufgaben	
Thema der nachfolgenden Unterrichtseinheit:	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.	
Lernziel: (Präzisierung des Grobziels)	Die Schülerinnen und Schüler wissen, was eine Stammfunktion ist und können mit dieser den Flächeninhalt eines Flächenstücks zwischen der x-Achse und dem Schaubild einer linearen Funktion berechnen.	
Teilziele: (in der Reihenfolge ihrer Anordnung)	1. TZ: Schüler können eine Funktion F(t) bestimmen, die den Flächeninhalt einer Fläche berechnet, die durch die Achsen und die Geraden mit den Gleichungen y=mx+b (m, b≥0) und x=t≥0 begrenzt ist. 2. TZ: Schüler wissen, dass f(t) die Ableitung von F(t) ist. 3. TZ: Schüler wissen, was eine Stammfunktion ist. (PUFFER) 4. TZ: Schüler können Stammfunktionen bestimmen.	
Handlungsformen (vorherrschende unterstreichen)	Unterrichtsgespräch, Partnerarbeit, fragend-entwickelnd	
Literatur:		
Anlagen:	Verlaufsplanung, Folien, Materialien, Tafelbild	

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

2 Verlaufsplan

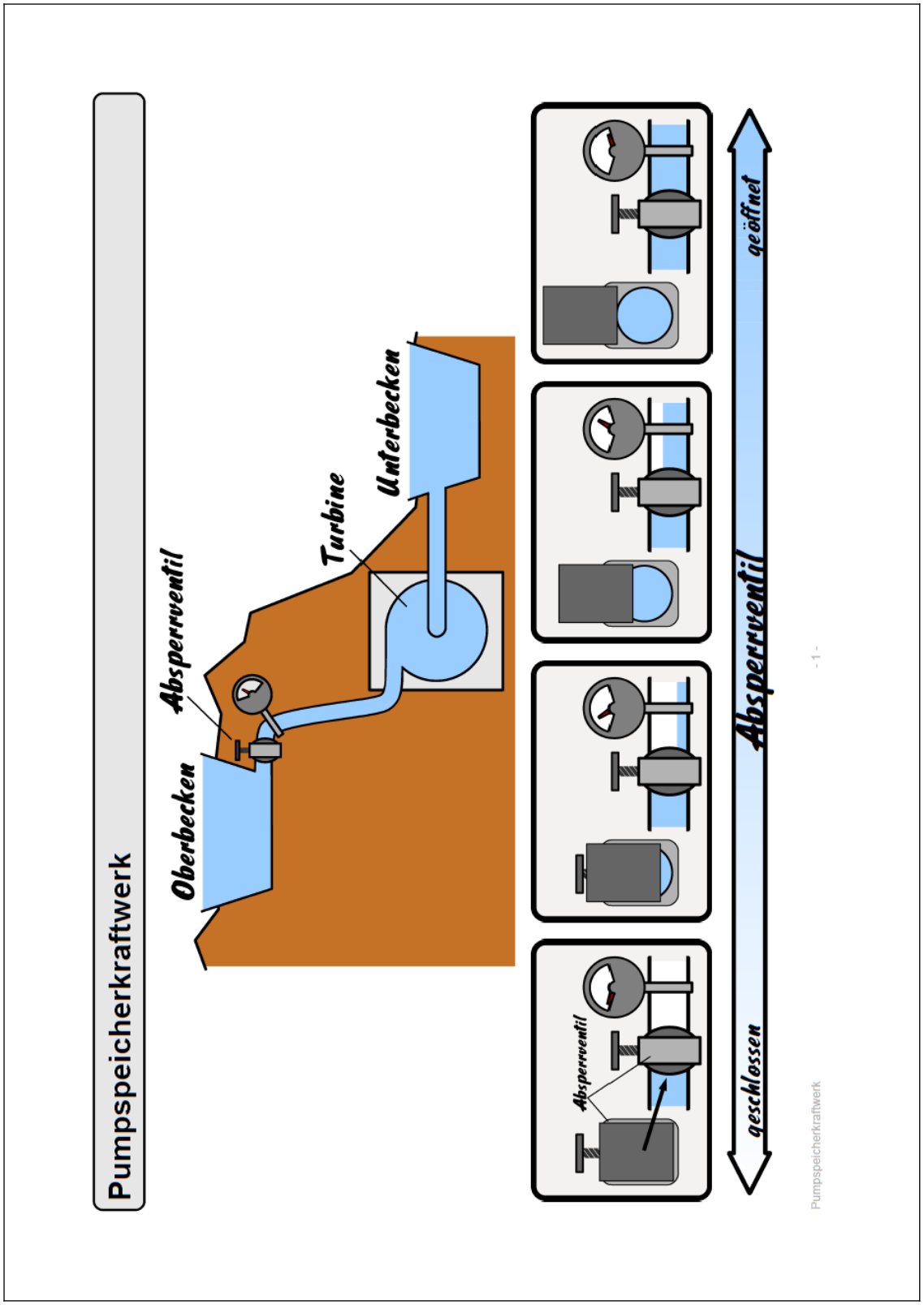
Unterrichtsphasen Teilziele	**Geplanter Unterrichtsverlauf**	**Hinweise**
KONFRONTATION / HINFÜHRUNG Einführung in das Thema mit Hilfe des Beispiels eines Pumpspeicherkraft-werks	Über die Problematik der Energiewende und den daraus resultierenden technischen Herausforderungen wird das Augenmerk auf eine technische Detailfrage an einem Pumpspeicherkraftwerk gelenkt.	Unterrichtsgespräch Folie
ERARBEITUNG / STRUCKTURIERUNG 1. TZ: Schüler können eine Funktion F(t) bestimmen, die den Flächeninhalt einer Fläche berechnet, die durch die Achsen und die Geraden mit den Gleichungen y=mx+b (m, b≥0) und x=t≥0 begrenzt ist.	Zu welcher Zeit ist wie viel Wasser durch das Pumpspeicherkraftwerk gelaufen? Zu diese Fragestellung gibt es 8 verschiedenen Szenarien. In Partnerarbeit beantworten die SchülerInnen die Fragestellung in einem Kontext und notieren ihre Ergebnisse auf Plakate. Erkenntnisleitende Fragestellungen: Welche Formen kann die Fläche annehmen, die durch die Koordinatenachsen, dem Schaubild einer linearen Funktion f(t) (m, b≥0) und der Geraden x=t≥0 eingeschlossen wird? Wie lautet für die drei Fälle die Funktion F(t), die in Abhängigkeit von der Geraden x=t≥0 den Flächeninhalt bestimmt?	Partnerarbeit Plakate Hilfskärtchen Lösungskärtchen

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

Unterrichtsphasen Teilziele	**Geplanter Unterrichtsverlauf**	**Hinweise**
2. TZ: Schüler wissen, dass f(t) die Ableitung von F(t) ist.	Auf einem "Marktplatz" betrachten die SchülerInnen die Ergebnisse aus den anderen Gruppen und suchen nach Gemeinsamkeiten aller Ergebnisse. Erkenntnisleitende Fragestellung: Welcher Zusammenhang besteht zwischen f(t) und F(t)?	Plakate mit den Ergebnissen hängen an den Wänden des Klassenzimmers aus („Marktplatz“).
3. TZ: Schüler wissen, was eine Stammfunktion ist.	Ergebnissicherung und Definition einer Stammfunktion. Erkenntnisleitende Fragestellung: Ist die Funktion F(t) mit F'(t)=f(t) eindeutig?	Fragend-entwickelnd Tafel
PUFFER 4. TZ: Schüler können Stammfunktionen bestimmen.	In 4er Gruppen bilden die SchülerInnen Stammfunktionen zu gegebenen Funktionen.	Aufgabenkärtchen mit Lösungen.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

3 Folie für den Einstieg



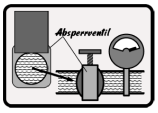
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

4 Plakate für die Partnerarbeit

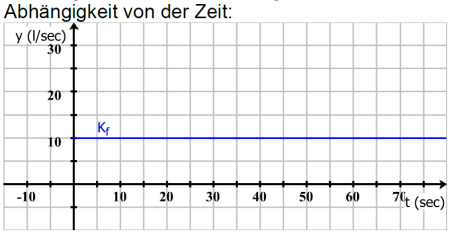
PUMPSPEICHERKRAFTWERK

Fallbeschreibung

Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt unmittelbar nach dem das Absperrventil ganz geöffnet ist. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:



Absperrventil ganz geöffnet



Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

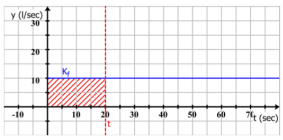
Lösungskarte 1

$$f(t)=10$$

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 01: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=10t$$

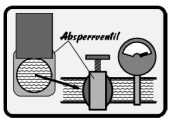
Plakat 01: Pumpspeicherwerk

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

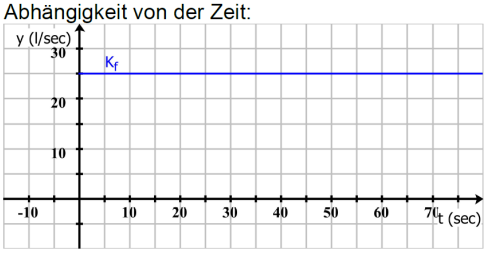
PUMPSPEICHERKRAFTWERK

Fallbeschreibung

Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt unmittelbar nach dem das Absperrventil ganz geöffnet ist. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:



Absperrventil ganz geöffnet



Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

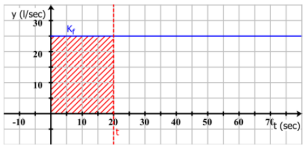
Lösungskarte 1

$$f(t)=25$$

Plakat 02: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 02: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=25t$$

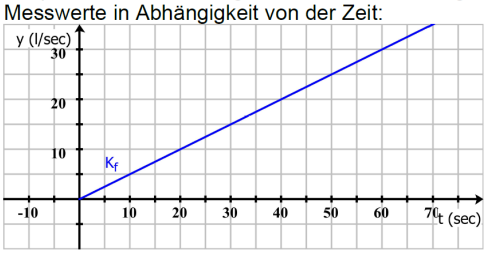
Plakat 02: Pumpspeicherwerk

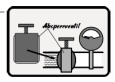
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

PUMPSPEICHERKRAFTWERK

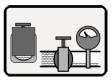
Fallbeschreibung

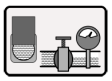
Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt mit dem Öffnen des Absperrventils. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:

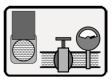




Absperrventil geschlossen







Absperrventil ganz geöffnet

Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

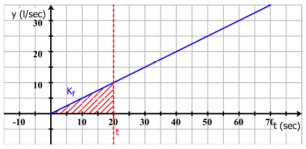
Lösungskarte 1

$$f(t)=\frac{1}{2}t$$

Plakat 03: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 03: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=\frac{1}{4}t^2$$

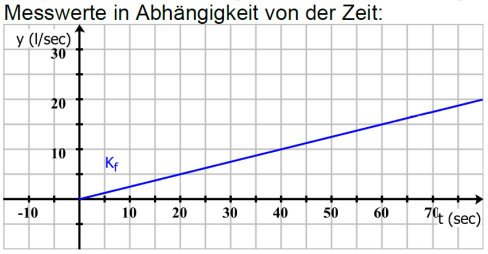
Plakat 03: Pumpspeicherwerk

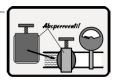
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

PUMPSPEICHERKRAFTWERK

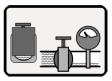
Fallbeschreibung

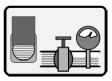
Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt mit dem Öffnen des Absperrventils. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:

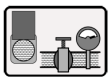




Absperrventil geschlossen







Absperrventil ganz geöffnet

Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

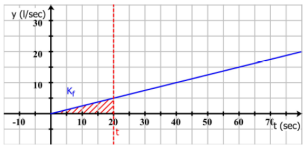
Lösungskarte 1

$$f(t)=\frac{1}{4}t$$

Plakat 04: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 04: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=\frac{1}{8}t^2$$

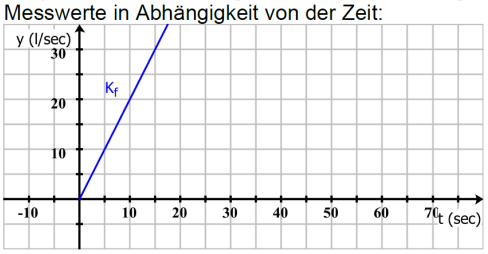
Plakat 04: Pumpspeicherwerk

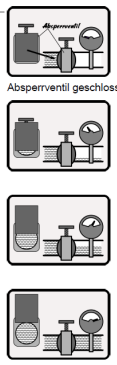
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

PUMPSPEICHERKRAFTWERK

Fallbeschreibung

Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt mit dem Öffnen des Absperrventils. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:





Absperrventil geschlossen

Absperrventil ganz geöffnet

Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

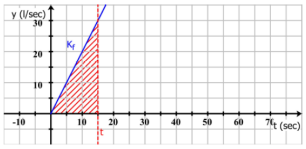
Lösungskarte 1

$$f(t)=2t$$

Plakat 05: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 05: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=t^2$$

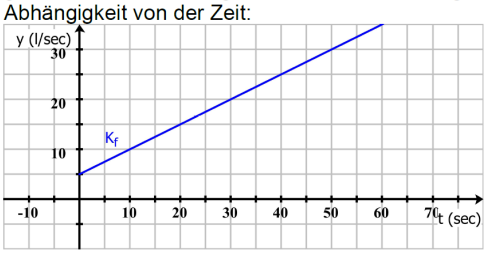
Plakat 05: Pumpspeicherwerk

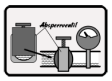
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

PUMPSPEICHERKRAFTWERK

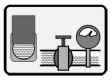
Fallbeschreibung

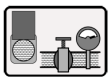
Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt nach dem das Absperrventils schon zum Teil geöffnet ist. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:





Absperrventil etwas geöffnet





Absperrventil ganz geöffnet

Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

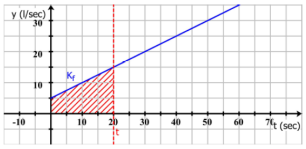
Lösungskarte 1

$$f(t)=\frac{1}{2}t+5$$

Plakat 06: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 06: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=\frac{1}{4}t^2+5t$$

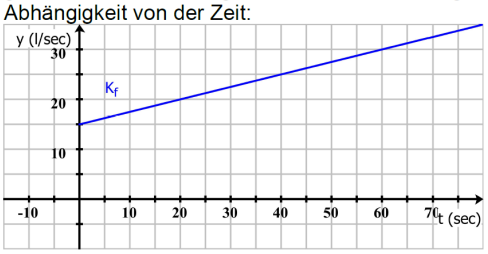
Plakat 06: Pumpspeicherwerk

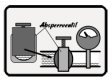
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

PUMPSPEICHERKRAFTWERK

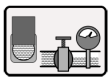
Fallbeschreibung

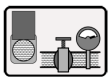
Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt nach dem das Absperrventils schon zum Teil geöffnet ist. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:





Absperrventil etwas geöffnet





Absperrventil ganz geöffnet

Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

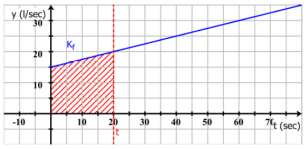
Lösungskarte 1

$$f(t)=\frac{1}{4}t+15$$

Plakat 07: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 07: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=\frac{1}{8}t^2+15t$$

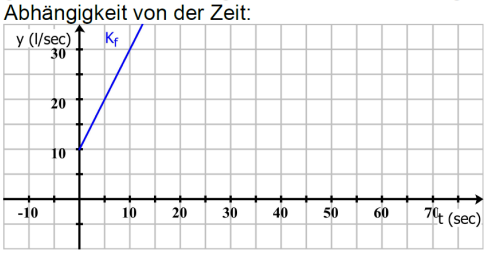
Plakat 07: Pumpspeicherwerk

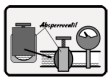
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

PUMPSPEICHERKRAFTWERK

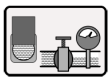
Fallbeschreibung

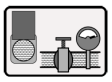
Durch das Fallrohr fließendes Wasser wird in l/sec gemessen. Die Messung beginnt nach dem das Absperrventils schon zum Teil geöffnet ist. Nachfolgendes Schaubild zeigt die Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit:





Absperrventil etwas geöffnet





Absperrventil ganz geöffnet

Funktionsgleichung

Bestimmen Sie anhand des Schaubilds die Funktionsgleichung zu K_f

$$f(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 1

Wassermenge

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung mit der die Wassermenge, die durch dass Fallrohr fließt, in Abhängigkeit von der Zeit berechnet werden kann:

An der Tafel hängt eine Karte mit einem Tipp.

$$F(t)=$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Lösungskarte 2

Plakat 01: Pumpspeicherwerk

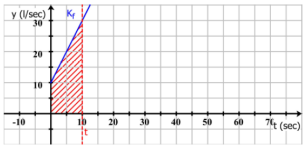
Lösungskarte 1

$$f(t)=2t+10$$

Plakat 08: Pumpspeicherwerk

Tipp: Wassermenge

Die Wassermenge zum Zeitpunkt t ist gleich der Größe der schraffierten Fläche:



Plakat 08: Pumpspeicherwerk

Lösungskarte 2

$$F(t)=t^2+10t$$

Plakat 08: Pumpspeicherwerk

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

5 Folie mit den Ergebnissen

Ergebnisse

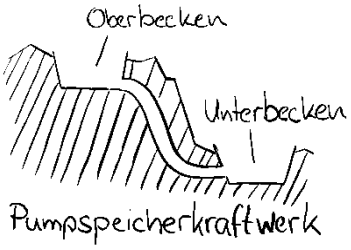
Plakat	Funktionsgleichung	Wassermenge
1	$f(t)=10$	$F(t)=10t$
2	$f(t)=25$	$F(t)=25t$
3	$f(t)=\frac{1}{2}t$	$F(t)=\frac{1}{4}t^2$
4	$f(t)=\frac{1}{4}t$	$F(t)=\frac{1}{8}t^2$
5	$f(t)=2t$	$F(t)=t^2$
6	$f(t)=\frac{1}{2}t+5$	$F(t)=\frac{1}{4}t^2+5t$
7	$f(t)=\frac{1}{4}t+15$	$F(t)=\frac{1}{8}t^2+15t$
8	$f(t)=2t+10$	$F(t)=t^2+10t$

Ergebnisse - 1 -

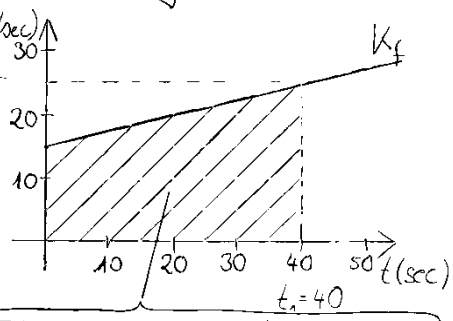
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann

6 Tafelbilder für die Ergebnissicherung

Einführung in die Integralrechnung



Nach 40 sec fliessen 25 l/sec durch das Rohr. (Berechnet sich mit $f(t) = \frac{1}{4}t + 15$)



Fläche ≙ Menge des Wassers, dass durch das Rohr geflossen ist.
(Berechnet sich mit $F(t) = \frac{1}{8}t^2 + 15t$)

Zwei Fragen:

1.) Wieviel Wasser ist nach 10 sec in das Unterbecken gelaufen?
Die Frage lässt sich mit $F(t)$ beantworten.

2.) Wieviel Wasser befindet sich nach 10 sec. im Unterbecken?
Die Antwort ist abhängig davon, wie viel Wasser schon im Unterbecken ist:
$F(t) + c$, c ist die Menge Wasser, die schon im Unterbecken ist.

Definition:

Seien $f(x)$ und $F(x)$ Funktionen mit $F'(x) = f(x)$, dann ist

$$F(x) + c \qquad c \in \mathbb{R}$$

eine <u>Stammfunktion</u> von $f(x)$ und es gilt:

$$(F(x) + c)' = f(x)$$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

7 Spielkarten zum Vertiefen

Vorderseite der Karten:

Integralrechnung $f(x)=\frac{1}{2}x^2+3x-2$	Integralrechnung $f(x)=4e^{2x}$	Integralrechnung $f(x)=-6x^5+2x^2+\frac{1}{2}$	Integralrechnung $f(x)=-4e^{-2x}$
Integralrechnung $f(x)=9e^{3x+\frac{1}{2}}+\cos(x)$	Integralrechnung $f(x)=6x^5+2x^2+\frac{1}{2}$	Integralrechnung $f(x)=9e^{3x+\frac{1}{2}}-\cos(x)$	Integralrechnung $f(x)=9e^{3x+\frac{1}{2}}+\sin(x)$
Integralrechnung $f(x)=3x^2+6x-2$	Integralrechnung $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x-2$	Integralrechnung $f(x)=-\sin(x)+3x^2$	Integralrechnung $f(x)=3e^{3x+\frac{1}{2}}$
Integralrechnung $f(x)=\sin(x)+3x^2$	Integralrechnung $f(x)=e^{-2x}$	Integralrechnung $f(x)=\cos(x)+3x^2$	Integralrechnung $f(x)=e^{2x}$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

Rückseite der Karten:

Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen
$F(x)=2e^{-2x}+c$	$F(x)=-x^6+\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x+c$	$F(x)=2e^{2x}+c$	$F(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+c$
Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen
$F(x)=3e^{3x+\frac{1}{2}}-\cos(x)+c$	$F(x)=3e^{3x+\frac{1}{2}}-\sin(x)+c$	$F(x)=x^6+\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x+c$	$F(x)=3e^{3x+\frac{1}{2}}+\sin(x)+c$
Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen
$F(x)=e^{3x+\frac{1}{2}}+c$	$F(x)=\cos(x)+x^3+c$	$F(x)=\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+c$	$F(x)=x^3+3x^2-2x+c$
Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen	Stammfunktionen
$F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+c$	$F(x)=\sin(x)+x^3+c$	$F(x)=-\frac{1}{2}e^{2x}+c$	$F(x)=-\cos(x)+x^3+c$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.