Verschieben von Graphen

Unterrichtsplanung

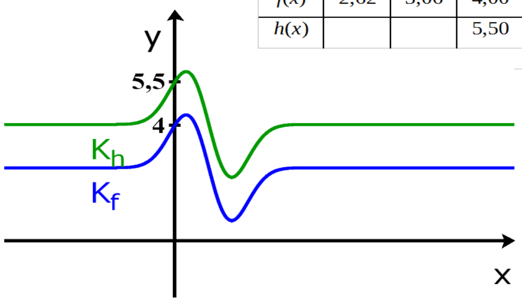
Dauer: 135 Minuten

Material: Arbeitsblätter
Modelle
Domino zur Verschiebung von Funktionsgraphen und DIN A3 Blätter

1. Im ersten Teil geht es um das vertikale Verschieben von Funktionsgraphen.

   Dazu erhält jede Schülerin und jeder Schüler ein kleines Arbeitsblatt:

x	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	2,62	3,06	4,00	4,23	2,53	0,82	1,06	1,99	2,44
$h(x)$			5,50						



   Die Aufgabe besteht nun darin:

   - Die Wertetabelle zu vervollständigen. Dabei gelangen die Schülerinnen und Schüler zu der Erkenntnis, dass zu allen Funktionswerten von f der Wert 1,5 addiert werden muss.
   - Im nächsten Schritt reflektieren die Schülerinnen und Schüler, was sie im vorhergehenden Schritt gemacht haben und halten dies schriftlich fest: $h(x)=f(x)+1{,}5$.

2. Im Plenum werden die Erkenntnisse zusammengetragen und offenen Fragen geklärt. Allgemeingültige Schlüsse (K_h entsteht durch eine vertikale Verschiebung von K_f $\Leftrightarrow$ $h(x)=f(x)+c$, $c\in\mathbb{R}$, $c<0$ die Verschiebung findet nach unten, $c>0$ die Verschiebung findet nach oben statt) werden gezogen und dokumentiert. Dokumentiert.

3. Wenn sich Graphen vertikal verschieben lassen, dann bestimmt auch horizontal. Darum geht es im zweiten Teil des Unterrichts. Die Reihenfolge ist bewusst so gewählt, da sich die der Zusammenhang

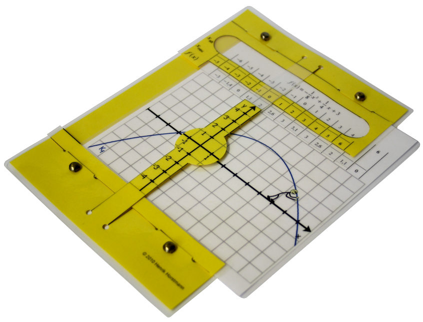
   $h(x)=f(x)+c,\ c\in\mathbb{R}_+^*\ \Rightarrow\ K_h$ *entsteht dadurch, dass* K_f *nach oben verschoben wird*

   leichter erschließen lässt, als der Zusammenhang

   $h(x)=f(x-d),\ d\in\mathbb{R}_+^*\ \Rightarrow\ K_h$ *entsteht dadurch, dass* K_f *nach <u>rechts</u> verschoben wird*

   Die meisten Schülerinnen und Schüler erwarten, dass $x-d$ eine Verschiebung nach links (in Richtung negativer x-Achse) zur Folge hat. Deshalb dieser Sachverhalt im Unterricht genauer Untersucht werden um eine Erklärung für dieses Verhalten zu finden.

   Um den Sachverhalt zu veranschaulichen dient ein Modell:

   Zunächst experimentieren die Schülerinnen und Schüler selbstständig mit dem Modell. Dazu wird untersucht, was passiert wenn der Funktionsgraph nach rechts oder nach links verschoben wird. Aus den Beobachtungen sind Schlüsse zu ziehen, was mit den Stellen (x-Werten) geschehen muss, damit die Funktionswerte für den neu entstandenen Graph mit der „alten“ Funktion berechnet werden kann.

   Erwartungsgemäß stoßen die Schülerinnen und Schüler dabei auf verschieden Verständnisschwierigkeiten die noch zu klären sind. Dadurch, dass sich aber jede und jeder mit dem Sachverhalt zunächst allein (bzw. mit einer Partnerin oder einem Partner) auseinander gesetzt hat, kann in der folgenden Konsolidierung gezielt auf die Verständnisschwierigkeiten eingegangen werden.

4. Im Plenum werden die Erkenntnisse zusammengetragen und selbstverständlich die Verständnisschwierigkeiten diskutiert und behoben.

   Aller Ergebnisse werden dokumentiert. Dabei wird im speziellen darauf eingegangen, wie mit $f(x-d)$ zu verfahren ist. Mindestens für einen Teil der Schülerinnen und Schüler ist auf den ersten Blick nicht klar, was es zu bedeuten hat, wenn nun statt der Variablen x der Term $x-d$ in den Klammern auftaucht. Das $x-d$ genau wie x oder ein wert aus dem Definitionsbereich zu behandeln ist, ist nicht für alle offensichtlich. Daher bietet es sich an an einem Beispiel dies explizit zu demonstrieren:

   $$f(x)=\frac{2x^2-x+2^x}{x},\ x\in\mathbb{R}^*$$

   K_h endsteht wenn K_f um 3LE nach rechts verschoben wird

   $$\begin{aligned} h(x) &= f(x-3) = \frac{2(x-3)^2-(x-3)+2^{x-3}}{x-3} && \mid \text{Exandieren} \\ &= \frac{2x^2-12x+18-x+3+2^x\cdot 2^{-3}}{x-3} && \mid \text{Zusammenfassen} \\ &= \frac{2x^2-13x+21}{x-3}+\frac{2^x}{8x-24} \end{aligned}$$

   Folgende Gründe sprechen dafür einen komplexeren Funktionsterm für das Beispiel zu wählen:

   - er zeigt, dass die unabhängige Variable x an beliebigen Stellen im Funktionsterm auftauchen kann und entsprechend berücksichtigt werden muss
   - er soll dazu anhalten, sich auf das Wesentliche (die Verschiebung) zu konzentrieren, egal wie komplex der Funktionsterm ist.

5. Um das Erlernte zu festigen ist ein Domino mit entsprechenden Aufgaben vorgesehen. Das fertige Domino kann auf die DIN A3 Blätter geklebt werden.

   Sind alle Aufgaben richtig gelöst, so ergibt das Domino eine geschlossene Form. Schüler fragen dennoch, ob alles richtig ist, wenn die Form bei Ihnen geschlossen ist. Dies ist der Moment um an ihre Eigenverantwortlichkeit zu appellieren. Haben Sie die Aufgaben gewissenhaft durchgeführt, so ist die Wahrscheinlichkeit für Fehler so gering, dass sie wohl vernachlässigbar ist. Wurden allerdings Ergebnisse geraten oder gar nur geschaut, dass das die Karten die gewünschte Form ergeben, so ist davon auszugehen, dass einige Fehler im Domino zu finden sind. Als Lehrer ist es jedoch unmöglich diese Fehler schnell zu finden und letztendlich ist es auch kontraproduktiv, denn die Schülerinnen und Schüler sind mit der Ungewissheit recht unzufrieden. Wollen sie diese beheben, bleibt Ihnen nichts anderes übrig, als sich mit den Aufgaben inhaltlich auseinanderzusetzen.