Regressionsgerade (Untrichtsskizze)

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler können zu einer Punktewolke eine Regressionsgerade bestimmen.

Dauer: 160 Minuten

Einstieg

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler wissen, dass nicht jede Menge von Punkten auf einer Geraden liegt.

Kompetenzen: -

Material: Regressionsgerade.Einstieg.Folie.pdf

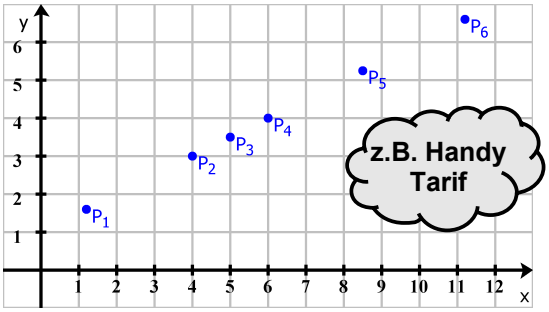
Hinweise zum Material: -

Didaktische Hinweise: Erkenntnisleitende Fragen/Aufträge:

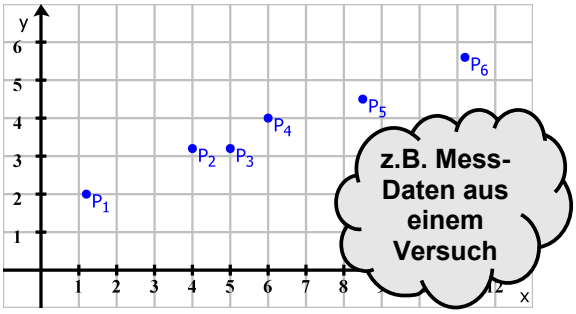
1. **Was können Sie über die Lage der Punkte in Beispiel 1 Aussagen?**
2. **Beschreiben Sie die Lage der Punkte in Beispiel 2.**

5 Minuten

Beispiel 1:



Beispiel 2:



1. Arbeitsphase

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler wissen, was eine Regressionsgerade ist.

Kompetenzen:

Methode: Placemate

Material: Regressionsgerade.Placemate.pdf

Hinweise zum Material: Regressionsgerade.Placemate.pdf halbieren und auf ein DIN A3 Blatt mittig aufkleben.

Auftrag: **Überlegen Sie sich Bedingungen für eine Gerade, damit diese Ihrer Meinung nach am besten die Lage der Punkte beschreibt.**

Didaktische Hinweise:

1. Phase: Jeder arbeitet für sich und notiert seine Ergebnisse. — 15 Minuten
2. Phase: In 4er Gruppen werden die Ergebnisse ausgetauscht und ein Konsens gebildet.
3. Phase: Die Ergebnisse werden im Plenum besprochen. — 5 Minuten

⇒ gesucht ist eine Gerade, so das die Summe der Abstände möglichst gering ist.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2016 Henrik Horstmann

2. Arbeitsphase

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler wissen, dass der Punkt, dessen Koordinaten aus den Mittelwerten der x-Koordinaten und y-Koordinaten der Punkte ergibt, auf der Regressionsgeraden liegt.

Kompetenzen:

Methode: entdeckendes Lernen

Material: Regressionsgerade.MagischerPunktQ.AB.pdf

Regressionsgerade.MagischerPunktQ.AB.M.pdf

Regressionsgerade.MagischerPunktQ.Tippkarte.pdf

Regressionsgerade.MagischerPunktQ.Tipp.AB.A4.pdf

Regressionsgerade.MagischerPunktQ.Tipp.AB.M.pdf

Hinweise zum Material: Alle Teilnehmer erhalten ein Arbeitsblatt Regressionsgerade.MagischerPunktQ.AB.pdf.
Der Tipp Regressionsgerade.MagischerPunktQ.Tippkarte.pdf wird einmal gefaltet und gegebenenfalls laminiert. Es sollten mehrere Tippkarten bereitstehen, falls mehrere Teilnehmer parallel Hilfe benötigen. Die Tippkarten werden zusammen mit dem Hilfsblatt Regressionsgerade.MagischerPunktQ.Tipp.AB.A4.pdf (halbieren) ausgelegt.

Auftrag: In Partnerarbeit wird das Arbeitsblatt Regressionsgerade.MagischerPunktQ.AB.pdf bearbeitet.

10 Minuten

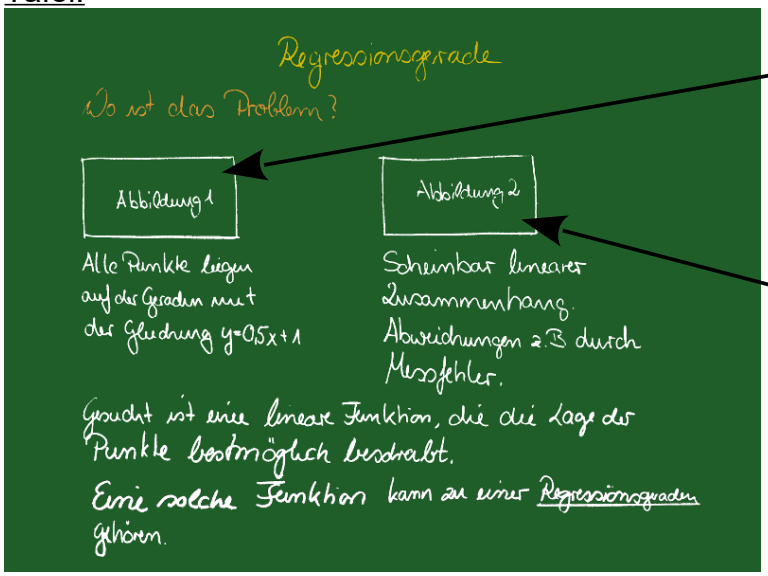
Die Ergebnisse werden im Plenum besprochen.

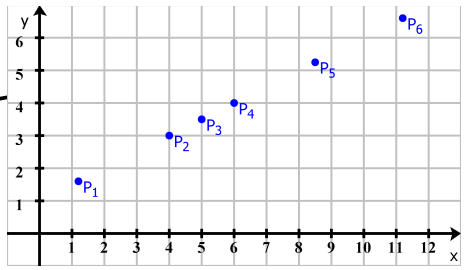
1. Konsolidierung

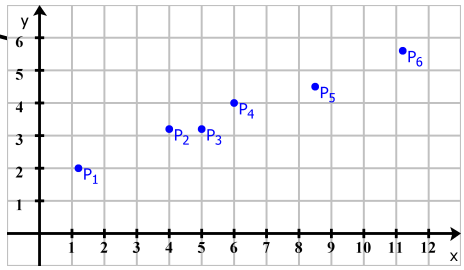
Material: Regressionsgerade.Schaubilder.Schueler.pdf

Hinweise zum Material: die oberste Reihe von Schaubildern zum Einkleben in die Mitschrift.

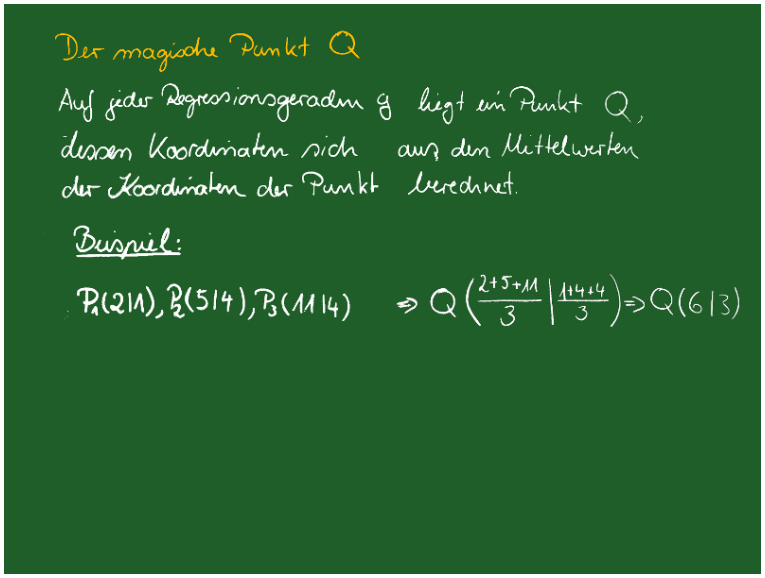
Tafel:







Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2016 Henrik Horstmann



Didaktische Hinweise: Die Schülerinnen und Schüler übernehmen den Tafelanschrieb in ihr Heft.

15 Minuten

3. Arbeitsphase

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler wissen, wenn Q bekannt ist, dass in der Geradengleichung der Regressionsgeraden nur noch die Steigung unbekannt ist.

Kompetenzen:

Methode: selbstständiges Arbeiten in Partnerarbeit, Konsolidierung im Plenum

Material: -

Hinweis zum Material: -

Auftrag: Die Regressionsgerade hat die Gleichung $y=mx+b$ und $Q(6|3)$ ist gegeben. Geben Sie eine Gleichung für die Regressionsgerade an, in der nur noch die Steigung unbekannt ist. Tipp: Ein Blick in die Formelsammlung kann helfen.

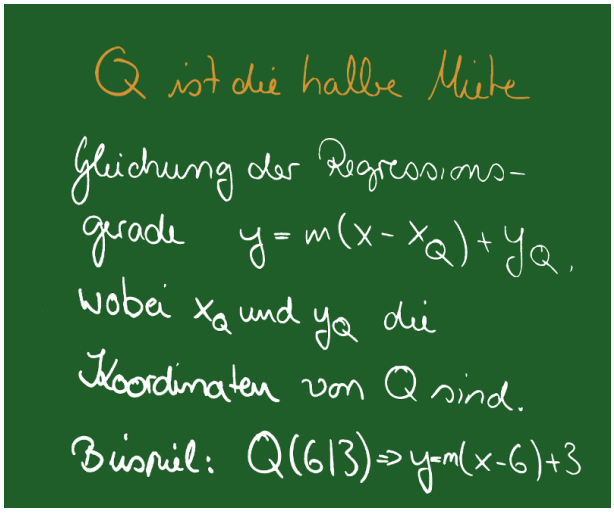
10 Minuten

2. Konsolidierung

Material: -

Hinweise zum Material: -

Tafel:



Didaktische Hinweise: Die Schülerinnen und Schüler übernehmen den Tafelanschrieb in ihr Heft.

15 Minuten

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2016 Henrik Horstmann

4. Arbeitsphase

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler wissen, wie der Abstand zwischen einem Punkt und der Regressionsgerade berechnet wird.

Kompetenzen:

Methode: selbstständiges Arbeiten in Partnerarbeit, Konsolidierung im Plenum

Material: -

Hinweis zum Material: -

Auftrag: Die Regressionsgerade hat die Gleichung $y=m(x-6)+3$ und $Q(6|3)$ und $P_1(2|1)$ und $P_2(5|4)$ sind gegeben. **Bestimmen Sie die Abstände von P_1 und P_2 zur Regressionsgeraden.**

Didaktische Hinweise:

15 Minuten

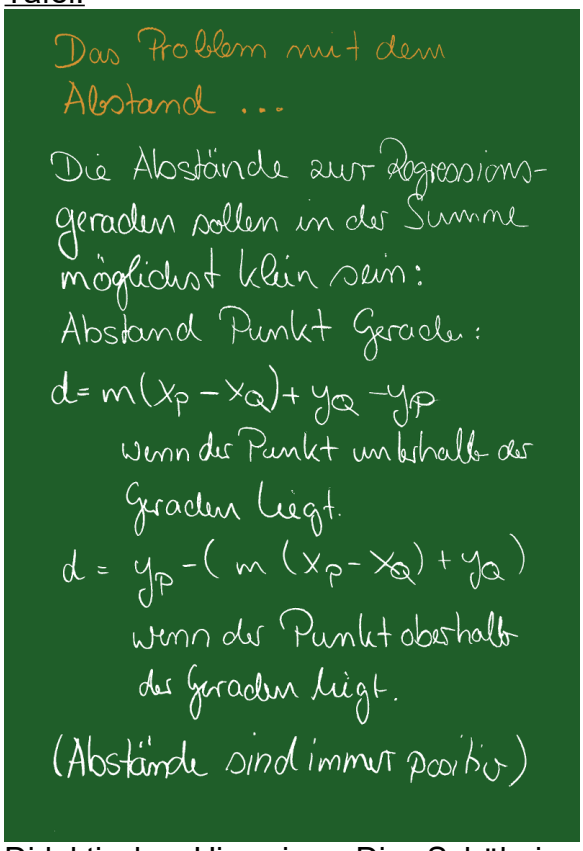
1. Im Plenum wird besprochen, was unter dem Abstand von einem Punkt zu einer Geraden zu verstehen ist.
2. Die Schülerinnen und Schüler berechnen selbstständig in Partnerarbeit die Abstände der beiden gegebenen Punkte zur Regressionsgeraden.
3. Im Plenum werden die Ergebnisse verglichen.

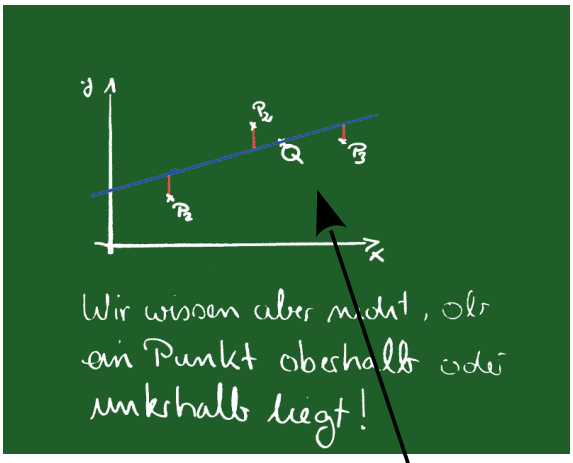
3. Konsolidierung

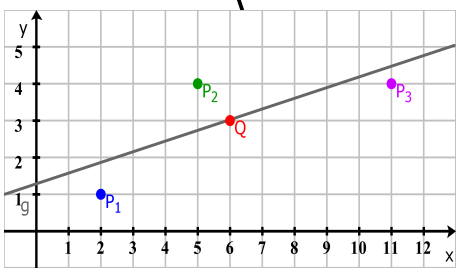
Material: Regressionsgerade.Schaubilder.Schueler.pdf

Hinweise zum Material: das Schaubild unten links zum Einkleben in die Mitschrift.

Tafel:







Didaktische Hinweise: Die Schülerinnen und Schüler übernehmen den Tafelanschrieb in ihr Heft.

20 Minuten

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2016 Henrik Horstmann

5. Arbeitsphase

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler wissen, dass die Berechnung des Abstandes vom Punkt zur Regressionsgeraden von der Lage des Punktes zur Regressionsgeraden abhängt. Die Schülerinnen und Schüler wissen, dass die Quadrate der Abstände unabhängig von der Lage der Punkte zur Regressionsgeraden ist.

Kompetenzen:

Methode: selbstständiges Arbeiten in Partnerarbeit, Konsolidierung im Plenum

Material: -

Hinweis zum Material: -

Didaktische Hinweise: Erkenntnisleitende Frage: **Welche Terme sagen ebenfalls etwas über die Entfernung eines Punktes zur Regressionsgeraden aus, sind aber unabhängig von der Lage des Punktes zur Regressionsgeraden?**

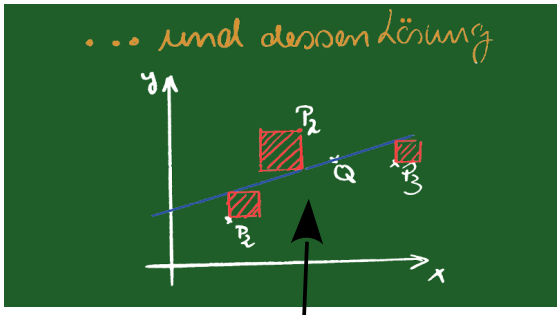
10 Minuten

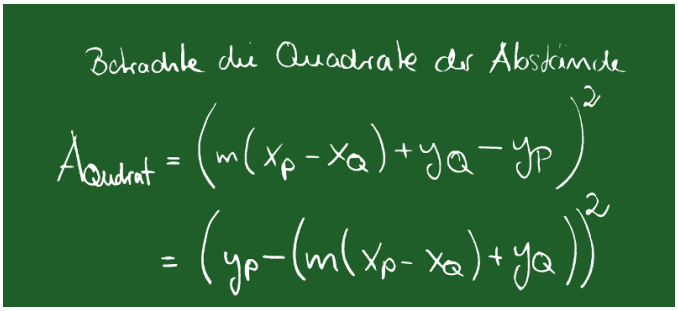
4. Konsolidierung

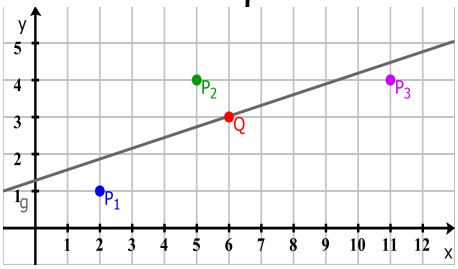
Material: Regressionsgerade.Schaubilder.Schueler.pdf

Hinweise zum Material: das Schaubild unten rechts zum Einkleben in die Mitschrift.

Tafel:







Didaktische Hinweise: Die Schülerinnen und Schüler übernehmen den Tafelanschrieb in ihr Heft.

10 Minuten

6. Arbeitsphase / 5. Konsolidierung

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler können die Summe der Abstandsquadrate bilden und daraus eine quadratisch Funktion ableiten. Die Schülerinnen und Schüler können mit Hilfe des Scheitelpunktes die Steigung der Regressionsgeraden bestimmen, für die die Summe der Abstandsquadrate am kleinsten ist.

Kompetenzen:

Methode: fragend-entwickelnd

Material: -

Hinweis zum Material: -

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2016 Henrik Horstmann

Didaktische Hinweise: Erkenntnisleitende Fragen:

30 Minuten

1. **Welche Terme berechnen die Flächeninhalte der Abstandsquadrate?**
2. **Welcher Term berechnet die Summe der Abstandsquadrate?**
3. **Welches Schaubild gehört zu dem Term mit dem die Summe der Abstandsquadrate berechnet wird?**
4. **Für welchen Punkt in dem Schaubild nimmt die Summe der Abstandsquadrate ihren kleinsten Wert an?**

Tafel:

Beispiel:

$P_1(2|1) \Rightarrow (m(2-6)+3-1)^2 = 16m^2-16m+4$

$P_2(5|4) \Rightarrow (m(5-6)+3-4)^2 = m^2+2m+1$

$P_3(11|4) \Rightarrow (m(11-6)+3-4)^2 = 25m^2-10m+1$

(Summe der Quadrate) $+ \quad = 42m^2-24m+6$

Woher m nehmen, wenn nicht stehlen?

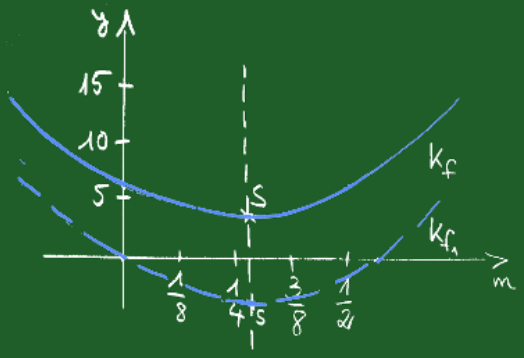
Summe der Quadrate $42m^2-24m+6$ soll möglichst klein sein.

K_f ist der Graph von

$f(m) = 42m^2-24m+6$

Betrachte $f_1(m) = 42m^2-24m$

x-Koordinate der Scheitelpunkte von K_f und K_{f_1} sind gleich



Bestimme Nullstellen von $f_1(m)$:

Setze $f_1(x)=0$: $0 = 42m^2-24m = m(42m-24)$

Nach dem Satz vom Nullprodukt ist $m=0$ oder

$42m-24=0 \Rightarrow m=\frac{4}{7}$

x-Koordinate des Scheitelpunktes: $m_S = \frac{\frac{4}{7}}{2} = \frac{2}{7}$

Die Regressionsgerade

$g: y = \frac{2}{7}(x-6)+3 = \frac{2}{7}x+\frac{9}{7}$

ist die Gleichung der gesuchten Regressionsgeraden.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2016 Henrik Horstmann