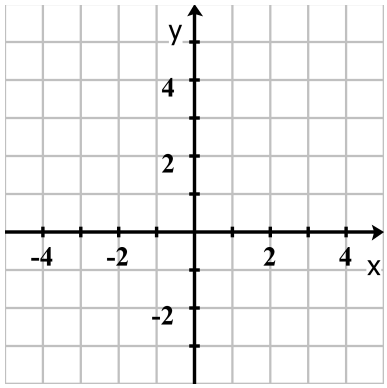
Nullstellen: Vielfachheit

Die Funktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}(x+3)(x^2-4x+4)$, $x\in\mathbb{R}$.

Der dazugehörige Graph ist K_f.



Das Schaubild

Zeichnen Sie K_f in nebenstehendes Schaubild.

Nullstellen

Berechnen Sie die Nullstellen von f.

Beobachtung

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben **schriftlich**.

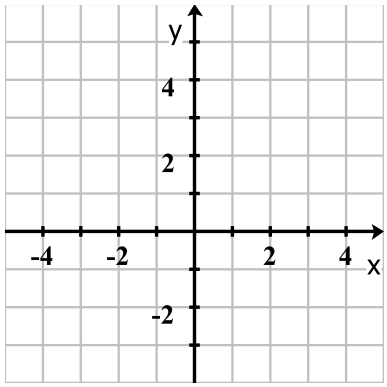
1. Beschreiben Sie den Verlauf von K_f an den verschiedenen Nullstellen.
2. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen Ihren Beobachtungen aus der vorhergehenden Aufgabe und den berechnete Nullstellen her.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann

Nullstellen: Vielfachheit

Die Funktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}(x^2+x-2)(x^2-2x+1)$, $x\in\mathbb{R}$. Der dazugehörige Graph ist K_f.



Das Schaubild

Zeichnen Sie K_f in nebenstehendes Schaubild.

Nullstellen

Berechnen Sie die Nullstellen von f.

Beobachtung

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben **schriftlich**.

1. Beschreiben Sie den Verlauf von K_f an den verschiedenen Nullstellen.
2. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen Ihren Beobachtungen aus der vorhergehenden Aufgabe und den berechnete Nullstellen her.

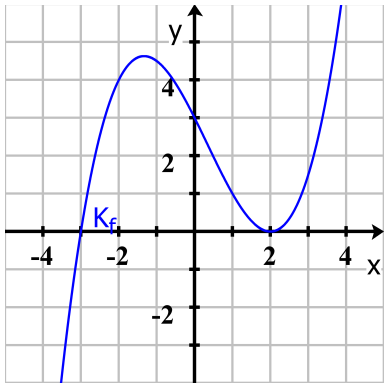
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann

Nullstellen: Vielfachheit (Lösungen)

Doppelte Nullstelle

Die Funktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}(x+3)(x^2-4x+4)$, $x\in\mathbb{R}$. Der dazugehörige Graph ist K_f.



Das Schaubild

Zeichnen Sie K_f in nebenstehendes Schaubild.

Nullstellen

Berechnen Sie die Nullstellen von f.

Setze $f(x)=0$:

$$\frac{1}{4}(x+3)(x^2-4x+4)=0 \underset{\text{Satz vom Nullprodukt}}{\Rightarrow} x+3=0 \lor x^2-4x+4=0$$

Fall $x+3=0 \Rightarrow x_1=-3$

Fall $x^2-4+4=0 \Rightarrow$

$$x^2-4x+4 = 0$$

Setze $a=1,\ b=-4,\ c=4$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{2,3} &= \frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1} \\ &= \frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2} \\ &= \frac{4\pm\sqrt{0}}{2} \\ &= \frac{4\pm 0}{2} \\ x_2 &= 2 \\ x_3 &= 2 \end{aligned}$$

Nullstellen: $N_1(-3\,|\,0),\ N_{2,3}(2\,|\,0)$

Beobachtung

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben **schriftlich**.

1. Beschreiben Sie den Verlauf von K_f an den verschiedenen Nullstellen.

   Nullstelle N_1: Der Graph schneidet die x-Achse.

   Nullstelle $N_{2,3}$: Der Graph berührt die x-Achse und bleibt oberhalb der x-Achse.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann

2. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen Ihren Beobachtungen aus der vorhergehenden Aufgabe und den berechnete Nullstellen her.

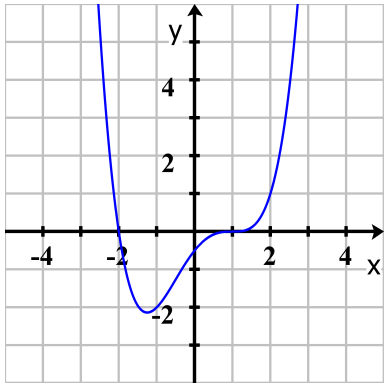
   Hat die Funktion eine einfache Nullstelle, so schneidet der Graph die x-Achse.

   Hat die Funktion eine doppelte Nullstelle, so berührt der Graph die x-Achse.

Dreifache Nullstelle

Die Funktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}\left(x^2+x-2\right)\left(x^2-2x+1\right)$, $x\in\mathbb{R}$. Der dazugehörige Graph ist K_f.



Das Schaubild

Zeichnen Sie K_f in nebenstehendes Schaubild.

Nullstellen

Berechnen Sie die Nullstellen von f.

Setze $f(x)=0$:

$$\frac{1}{4}\left(x^2+x-2\right)\left(x^2-2x+1\right)=0 \underset{\text{Satz vom Nullprodukt}}{\Rightarrow} x^2+x-2=0 \lor x^2-2x+1=0$$

Fall $x^2+x-2=0$:

$$x^2+x-2 = 0$$

Setze $a=1,\ b=1,\ c=-2$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-1\pm\sqrt{(1)^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1} \\ &= \frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2} \\ &= \frac{-1\pm\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-1\pm 3}{2} \\ x_1 &= -2 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann

Fall $x^2-2x+1=0$:

$$x^2-2x+1 = 0$$

Setze $a=1,\ b=-2,\ c=1$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{3,\,4} &= \frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot 1}}{2\cdot 1} \\ &= \frac{2\pm\sqrt{4-4}}{2} \\ &= \frac{2\pm\sqrt{0}}{2} \\ &= \frac{2\pm 0}{2} \\ x_3 &= 1 \\ x_4 &= 1 \end{aligned}$$

Nullstellen: $N_1(-2\,|\,0)$, $N_{2,\,3,\,4}(1\,|\,0)$

Beobachtung

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben **schriftlich**.

1. Beschreiben Sie den Verlauf von K_f an den verschiedenen Nullstellen.

   Nullstelle N_1: Der Graph schneidet die x-Achse.

   Nullstelle $N_{2,\,3,\,4}(1\,|\,0)$: Der Graph schneidet die x-Achse. An der Nullstelle verläuft der Graph waagerecht.

2. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen Ihren Beobachtungen aus der vorhergehenden Aufgabe und den berechnete Nullstellen her.

   Hat die Funktion eine einfache Nullstelle, so schneidet der Graph die x-Achse.

   Hat die Funktion eine dreifache Nullstelle, so verläuft der Graph an der Nullstelle waagerecht.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2014 Henrik Horstmann