Aufgaben zum Globalverhalten ganz rationaler Funktionen [1]

Globalverlauf bestimmen

Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen das Globalverhalten:

a) $f_1(x)=2x^6$

b) $f_2(x)=-3x^9$

c) $f_3(x)=x^{-3}$

d) $f_4(x)=-x^{-3}$

e) $f_5(x)=\frac{6}{x^8}$

f) $f_6(x)=-3x^{-12}$

g) $f_7(x)=3x^4-2x^3+x-24$

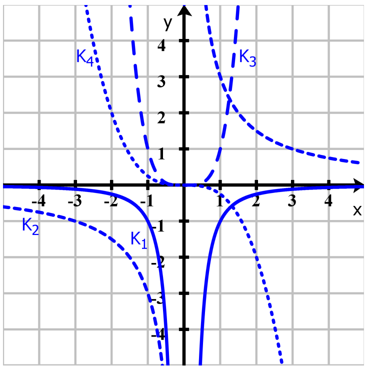
h) $f_8(x)=2x^2-x^7+6x$

i) $f_9(x)=-5x^8-$[redacted]x^5+2

j) $f_{10}(x)=4x^3$[redacted]$x+2$

Graphen zuordnen

Das Schaubild zeigt die Graphen der nebenstehenden Funktionsgleichungen an.



a) $p_a(x)=$[redacted]$/x$

b) $p_b(x)=-\frac{1}{\text{[redacted]}}x^3$

c) $p_c=$[redacted]x^4

d) $p_d(x)=-$[redacted]$/x^2$

Ordnen Sie den einzelnen Graphen die entsprechenden Funktionsgleichungen zu.

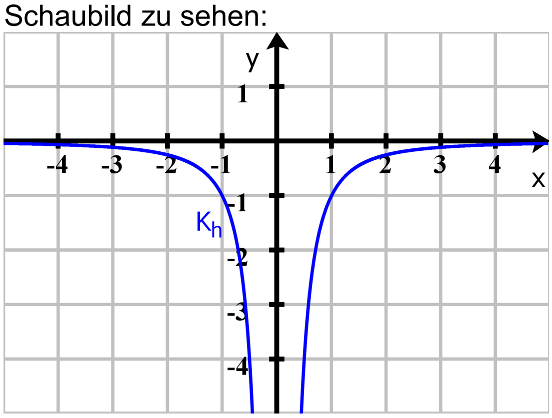
Aussagen zum Funktionsterm

a) f ist eine Potenzfunktion mit $f(x)=a\,x^5$, $a\in\mathbb{R}^*$. Es gilt:
$x\to\infty \quad \Rightarrow \quad f(x)\to-\infty$
$x\to-\infty \quad \Rightarrow \quad f(x)\to\infty$
Welche Werte kann a annehmen? Begründen Sie Ihre Aussage.

b) p ist eine Potenzfunktion mit $p(x)=2x^n$, $n\in\mathbb{Z}$. Es gilt:
$x\to\pm\infty \quad \Rightarrow \quad p(x)\to 0$
$x\to 0 \quad \Rightarrow \quad p(x)\to\infty$
Welche Werte kann n annehmen? Begründen Sie Ihre Aussage.

c) g ist eine Potenzfunktion mit $g(x)=a\,x^n$. Der Graph von g verläuft ausschließlich durch die Quadranten Q2 und Q4. Welche Aussagen können Sie über a und n machen?

d) h Ist eine Potenzfunktion mit $h(x)=a\,x^n$. Der Graph K_h von h ist im folgendem Schaubild zu sehen:



Welche Aussagen können Sie über a und n machen?

e) k Ist eine ganz rationale Funktion und es gilt:
$x\to\infty \quad \Rightarrow \quad k(x)\to-\infty$
$x\to-\infty \quad \Rightarrow \quad k(x)\to-\infty$
Welche Aussage können Sie über den Grad der ganz rationalen Funktion k machen?

Lösungsvorschläge

Globalverlauf bestimmen

a) $x \to \infty \Rightarrow f_1(x) \to \infty$
$x \to -\infty \Rightarrow f_1(x) \to \infty$

b) $x \to \infty \Rightarrow f_2(x) \to -\infty$
$x \to -\infty \Rightarrow f_2(x) \to \infty$

c) $x \to \pm\infty \Rightarrow f_3(x) \to 0$
$x \underset{\text{von } +\infty}{\to} 0 \Rightarrow f_3(x) \to -\infty$
$x \underset{\text{von } -\infty}{\to} 0 \Rightarrow f_3(x) \to \infty$

d) $x \to \pm\infty \Rightarrow f_4(x) \to 0$
$x \underset{\text{von } +\infty}{\to} 0 \Rightarrow f_4(x) \to \infty$
$x \underset{\text{von } -\infty}{\to} 0 \Rightarrow f_4(x) \to -\infty$

e) $x \to \pm\infty \Rightarrow f_5(x) \to 0$
$x \to 0 \Rightarrow f_5(x) \to \infty$

f) $x \to \pm\infty \Rightarrow f_6(x) \to 0$
$x \to 0 \Rightarrow f_6(x) \to -\infty$

g) $x \to \infty \Rightarrow f_7(x) \to \infty$
$x \to -\infty \Rightarrow f_7(x) \to \infty$

h) $x \to \infty \Rightarrow f_7(x) \to -\infty$
$x \to -\infty \Rightarrow f_7(x) \to \infty$

i) $x \to \infty \Rightarrow f_9(x) \to -\infty$
$x \to -\infty \Rightarrow f_9(x) \to -\infty$

j) $x \to \infty \Rightarrow f_{10}(x) \to \infty$
$x \to -\infty \Rightarrow f_{10}(x) \to -\infty$

Graphen zuordnen

K_1 gehört zu p_d

K_2 gehört zu p_a

K_3 gehört zu p_c

K_4 gehört zu p_b

Aussagen zum Funktionsterm

a) $a<0$, denn für $x \to \infty \Rightarrow x^5 \to \infty$ und $x \to -\infty \Rightarrow x^5 \to -\infty$.

b) $n<0$ ist eine gerade Zahl. $n<0$, weil der Funktionswert für größer werdende x -Werte immer kleiner wird. n ist eine gerade Zahl, weil der Funktionswert für (aus beide Richtungen kommend) immer größer wird.

c) $a \in \mathbb{R}$ und $a>0$
$n \in \mathbb{Z}$ und $n<0$ und
n ist eine ungerade Zahl

d) $a \in \mathbb{R}$ und $a<0$
$n \in \mathbb{Z}$ und $n<0$ und
n ist eine gerade Zahl

e) Der Grad muss eine gerade Zahl sein.