

Aufgaben zu Symmetrien [1]

Symmetrie und Wertetabelle

a) K_f ist der Graph einer Funktion f . K_f ist symmetrisch zur y-Achse. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	2		-1	-5		0,5			1

b) K_f ist der Graph einer Funktion f . K_f ist symmetrisch zum Ursprung. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$			5	-2	0			1	3	0

Symmetrie zur y-Achse

Stellen Sie zu jeder Funktion fest, ob der dazugehörige Graph symmetrisch zur y-Achse ist.

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------|--------------------------------|
| a) $f(x) = 5x^4 - 2x^2 + 3$ | d) $f(x) = x^2(x-5)$ | g) $f(x) = e^{x^2}$ |
| b) $f(x) = -2x^6 + x^3 + 2x^2$ | e) $f(x) = x^{-2}$ | h) $f(x) = (e^x)^2$ |
| c) $f(x) = (x-4)(x+4)$ | f) $f(x) = e^x - x^2$ | i) $f(x) = 2x^6 - 3x^{-6} + 2$ |

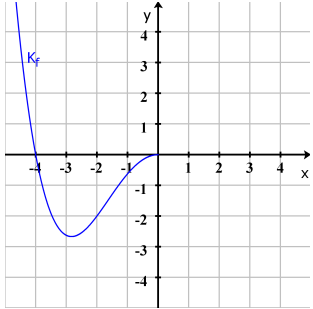
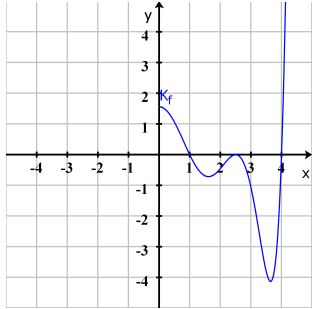
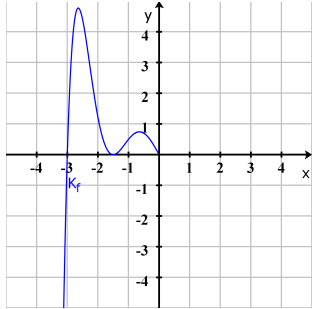
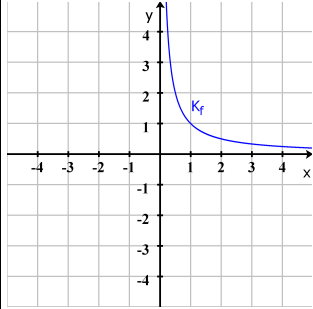
Symmetrie zum Ursprung

Stellen Sie zu jeder Funktion fest, ob der dazugehörige Graph symmetrisch zum Ursprung ist.

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| a) $f(x) = -6x^3 - 7x$ | d) $f(x) = (x-2)(x+2)x$ | g) $f(x) = xe^{x^2}$ |
| b) $f(x) = x^5 - x^3 + 2x - 1$ | e) $f(x) = x^{-5}$ | h) $f(x) = xe^x$ |
| c) $f(x) = (x-4)(x+4)^3$ | f) $f(x) = x^{-4}$ | i) $f(x) = 4x^3 - 2x^{-1} + x$ |

Schaubilder

Ergänzen Sie die Schaubilder, damit ein vollständiger Graph entsteht:

			
K_f ist symmetrisch zur y-Achse	K_f ist symmetrisch zur y-Achse	K_f ist symmetrisch zum Ursprung	K_f ist symmetrisch zum Ursprung

Lösungen zu Aufgaben zu Symmetrien [1]

Symmetrie und Wertetabelle

- a) K_f ist der Graph einer Funktion f . K_f ist symmetrisch zur y-Achse. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	2	0,5	-1	-5	-1	0,5	2	3	1

- b) K_f ist der Graph einer Funktion f . K_f ist symmetrisch zum Ursprung. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-3	-1	5	-2	0	2	-5	1	3	0

Symmetrie zur y-Achse

- a) $f(-u) = 5(-u)^4 - 2(-u)^2 + 3$
 $= 5u^4 - 2u^2 + 3$
 $f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse
- b) $f(-u) = -2(-u)^6 + (-u)^3 + 2(-u)^2$
 $= -2u^6 - u^3 + 2u^2$
 $\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse
- c) $f(-u) = (-u-4)(-u+4)$
 $= \underset{\substack{\text{jeweils} \\ -1}}{(-1)(u+4)} \underset{-1}{(-1)(u-4)}$
 $\underset{\text{ausklammern}}{=} (u+1)(u-1)$
 $= f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse
- d) $f(-u) = (-u)^2(-u-5)$
 $= u^2(-u-5) \neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse
- e) $f(-u) = (-u)^{-2}$
 $= \frac{1}{(-u)^2}$
 $= \frac{1}{u^2}$
 $= u^{-2}$
 $= f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse
- f) $f(-u) = e^{-u} - (-u)^2$
 $= e^{-u} - u^2$
 $\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse

- g) $f(-u) = e^{(-u)^2}$
 $= e^{u^2}$
 $= f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse
- h) $f(-u) = (e^{-u})^2$
 $\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse
- i) $f(-u) = 2(-u)^6 - 3(-u)^{-6} + 2$
 $= 2(-u)^6 - 3 \frac{1}{(-u)^6} + 2$
 $= 2u^6 - 3 \frac{1}{u^6} + 2$
 $= 2u^6 - 3u^{-6} + 2$
 $= f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse

Symmetrie zum Ursprung

- a) $-f(-u) = -(-6(-u)^3 - 7(-u))$
 $= -(6u^3 + 7u)$
 $= -6u^3 - 7u$
 $= f(u) \Rightarrow$ Symmetrisch zum Ursprung
- b) $-f(-u) = -((-u)^5 - (-u)^3 + 2(-u) - 1)$
 $= -(-u^5 + u^3 - 2u - 1)$
 $= u^5 - u^3 + 2u + 1$
 $\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zum Ursprung
- c) $-f(-u) = -((-u-4)(-u+4)^3)$
 $= -((-u-4)(-u+4)(-u+4)(-u+4))$
 $= -((-1)(u+4)(-1)(u-4)(-1)(u-4)(-1)(u-4))$
jeweils
-1
ausklammern
 $= -(u+4)(u-4)(u-4)(u-4)$
 $= -(u+4)(u-4)^3$
 $= (-u-4)(u-4)^3$
 $\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zum Ursprung
- d) $-f(-u) = -((-u-2)(-u+2)(-u))$
 $= -((-1)(u+2)(-1)(u-2)(-1)u)$
jeweils
-1
ausklammern
 $= -((-1)(u+2)(u-2)u)$
 $= (u+2)(u-2)u$
 $= f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zum Ursprung

$$\begin{aligned}
\text{e) } -f(-u) &= -((-u)^{-5}) \\
&= -\left(\frac{1}{(-u)^5}\right) \\
&= -\left(-\frac{1}{u^5}\right) \\
&= -(-u^{-5}) \\
&= u^{-5} \\
&= f(u) \Rightarrow \text{Symmetrie zum Ursprung}
\end{aligned}$$

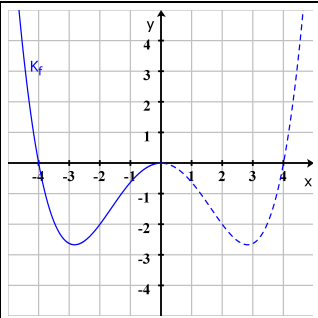
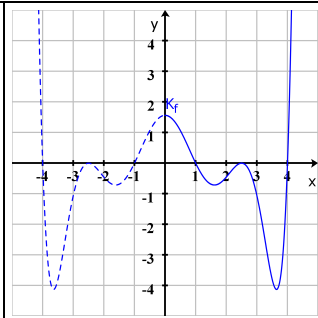
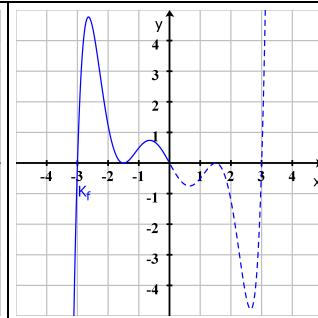
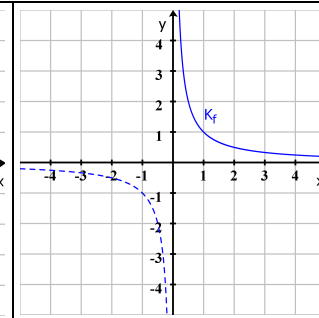
$$\begin{aligned}
\text{f) } -f(-u) &= -((-u)^{-4}) \\
&= -\left(\frac{1}{(-u)^4}\right) \\
&= -\left(\frac{1}{u^4}\right) \\
&= -(u^{-4}) \\
&= -u^{-4} \\
&\neq f(u) \Rightarrow \text{keine Symmetrie zum Ursprung}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{g) } -f(-u) &= -((-u)e^{(-u)^2}) \\
&= -((-u)e^{u^2}) \\
&= ue^{u^2} \\
&= f(u) \Rightarrow \text{Symmetrie zum Ursprung}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{h) } -f(-u) &= -((-u)e^{-u}) \\
&= ue^{-u} \\
&\neq f(u) \Rightarrow \text{keine Symmetrie zum Ursprung}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{i) } -f(-u) &= -(4(-u)^3 - 2(-u)^{-1} - u) \\
&= -\left(4(-u)^3 - \frac{2}{(-u)} - u\right) \\
&= -\left(-4u^3 + \frac{2}{u} - u\right) \\
&= -(-4u^3 + 2u^{-1} - u) \\
&= 4u^3 - 2u^{-1} + u \\
&= f(u) \Rightarrow \text{Symmetrie zum Ursprung}
\end{aligned}$$

Schaubilder

			
<p>K_f ist symmetrisch zur y-Achse</p>	<p>K_f ist symmetrisch zur y-Achse</p>	<p>K_f ist symmetrisch zum Ursprung</p>	<p>K_f ist symmetrisch zum Ursprung</p>