Aufgaben zu Symmetrien [1]

Symmetrie und Wertetabelle

a) K_f ist der Graph einer Funktion f. K_f ist symmetrisch zur y-Achse. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	2		-1	-5		$0{,}5$			1

b) K_f ist der Graph einer Funktion f. K_f ist symmetrisch zum Ursprung. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$			5	-2	0			1	3	0

Symmetrie zur y-Achse

Stellen Sie zu jeder Funktion fest, ob der dazugehörige Graph symmetrisch zur y-Achse ist.

a) $f(x)=5x^4-2x^2+3$

b) $f(x)=-2x^6+x^3+2x^2$

c) $f(x)=(x-4)(x+4)$

d) $f(x)=x^2(x-5)$

e) $f(x)=x^{-2}$

f) $f(x)=\frac{1}{x}-x^2$

Hinweis: $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

g) $f(x)=x^{-4}+x^4$

h) $f(x)=(x-3)(x+2)$

i) $f(x)=2x^6-3x^{-6}+2$

Symmetrie zum Ursprung

Stellen Sie zu jeder Funktion fest, ob der dazugehörige Graph symmetrisch zum Ursprung ist.

a) $f(x)=-6x^3-7x$

b) $f(x)=x^5-x^3+2x-1$

c) $f(x)=(x-4)(x+4)^3$

d) $f(x)=(x-2)(x+2)x$

e) $f(x)=x^{-5}$

f) $f(x)=x^{-4}$

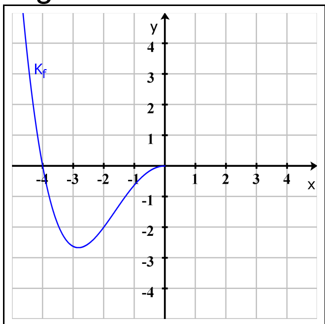
g) $f(x)=\frac{1}{x^5+x}$

h) $f(x)=\frac{1}{x^5+2}$

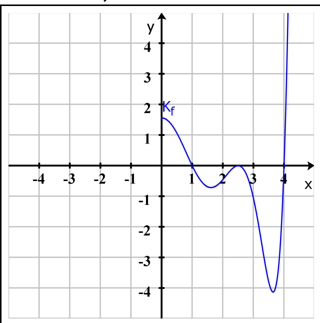
i) $f(x)=4x^3-2x^{-1}+x$

Schaubilder

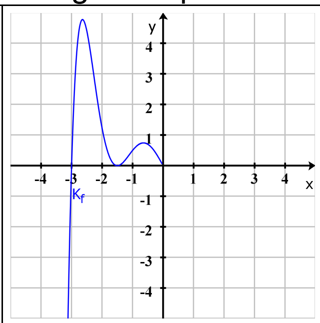
Ergänzen Sie die Schaubilder, damit ein vollständiger Graph entsteht:



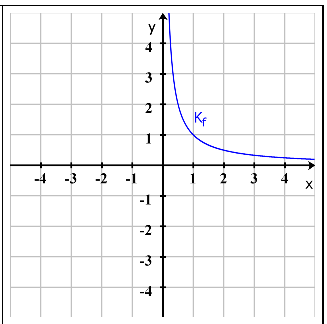
K_f ist symmetrisch zur y-Achse



K_f ist symmetrisch zur y-Achse



K_f ist symmetrisch zum Ursprung



K_f ist symmetrisch zum Ursprung

Lösungen zu Aufgaben zu Symmetrien [1]

Symmetrie und Wertetabelle

a) K_f ist der Graph einer Funktion f. K_f ist symmetrisch zur y-Achse. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	2	0,5	–1	–5	–1	0,5	2	3	1

b) K_f ist der Graph einer Funktion f. K_f ist symmetrisch zum Ursprung. vervollständigen Sie die Wertetabelle zu f:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	–3	–1	5	–2	0	2	–5	1	3	0

Symmetrie zur y-Achse

a) $f(-u)=5(-u)^4-2(-u)^2+3$
$=5u^4-2u^2+3$
$f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse

b) $f(-u)=-2(-u)^6+(-u)^3+2(-u)^2$
$=-2u^6-u^3+2u^2$
$\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse

c) $f(-u)=(-u-4)(-u+4)$
$\underset{\substack{\text{jeweils}\\ -1 \\ \text{ausklammern}}}{=} (-1)(u+4)(-1)(u-4)$
$=(u+1)(u-1)$
$=f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse

d) $f(-u)=(-u)^2(-u-5)$
$=u^2(-u-5)$
$\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse

e) $f(-u)=(-u)^{-2}$
$=\frac{1}{(-u)^2}$
$=\frac{1}{u^2}$
$=u^{-2}$
$=f(u) \Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse

f) $f(-u)=\frac{1}{-u}-(-u)^2$
$=-\frac{1}{u}-u^2$
$\neq f(u) \Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse

g) $f(-u)=(-u)^{-4}+(-u)^4$
$=\frac{1}{(-u)^4}+(-u)^4$
$=\frac{1}{u^4}+u^4$
$=u^{-4}+u^4$
$=f(u)$ $\Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse

h) $f(-u)=(-u-3)(-u+2)$
$=(u+3)(u-2)$
$\neq f(u)$ $\Rightarrow$ keine Symmetrie zur y-Achse

i) $f(-u)=2(-u)^6-3(-u)^{-6}+2$
$=2(-u)^6-3\frac{1}{(-u)^6}+2$
$=2u^6-3\frac{1}{u^6}+2$
$=2u^6-3u^{-6}+2$
$=f(u)$ $\Rightarrow$ Symmetrie zur y-Achse

Symmetrie zum Ursprung

a) $-f(-u)=-\left(-6(-u)^3-7(-u)\right)$
$=-\left(6u^3+7u\right)$
$=-6u^3-7u$
$=f(u)$ $\Rightarrow$ Symmetrisch zum Ursprung

b) $-f(-u)=-\left((-u)^5-(-u)^3+2(-u)-1\right)$
$=-\left(-u^5+u^3-2u-1\right)$
$=u^5-u^3+2u+1$
$\neq f(u)$ $\Rightarrow$ keine Symmetrie zum Ursprung

c) $-f(-u)=-\left((-u-4)(-u+4)^3\right)$
$=-\left((-u-4)(-u+4)(-u+4)(-u+4)\right)$
$\underset{\substack{\text{jeweils}\\ -1\\ \text{ausklammern}}}{=}-\left((-1)(u+4)(-1)(u-4)(-1)(u-4)(-1)(u-4)\right)$
$=-\left((u+4)(u-4)(u-4)(u-4)\right)$
$=-\left((u+4)(u-4)^3\right)$
$=(-u-4)(u-4)^3$
$\neq f(u)$ $\Rightarrow$ keine Symmetrie zum Ursprung

d) $-f(-u)=-\left((-u-2)(-u+2)(-u)\right)$

$\underset{\substack{\text{jeweils}\\ -1\\ \text{ausklammern}}}{=} -\left((-1)(u+2)(-1)(u-2)(-1)u\right)$

$=-\left((-1)(u+2)(u-2)u\right)$

$=(u+2)(u-2)u$

$=f(u)\ \Rightarrow$ Symmetrie zum Ursprung

e) $-f(-u)=-\left((-u)^{-5}\right)$

$=-\left(\dfrac{1}{(-u)^5}\right)$

$=-\left(-\dfrac{1}{u^5}\right)$

$=-\left(-u^{-5}\right)$

$=u^{-5}$

$=f(u)\ \Rightarrow$ Symmetrie zum Ursprung

f) $-f(-u)=-\left((-u)^{-4}\right)$

$=-\left(\dfrac{1}{(-u)^4}\right)$

$=-\left(\dfrac{1}{u^4}\right)$

$=-\left(u^{-4}\right)$

$=-u^{-4}$

$\neq f(u)\ \Rightarrow$ keine Symmetrie zum Ursprung

g) $-f(-u)=-\left(\dfrac{1}{(-u)^5+(-u)}\right)$

$=-\dfrac{1}{-u^5-u}$

$=\dfrac{1}{u^5+u}$

$=f(u)\ \Rightarrow$ Symmetrie zum Ursprung

h) $-f(-u)=-\left(\dfrac{1}{(-u)^5+2}\right)$

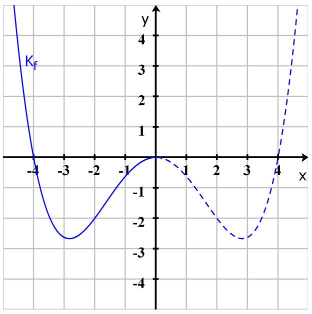
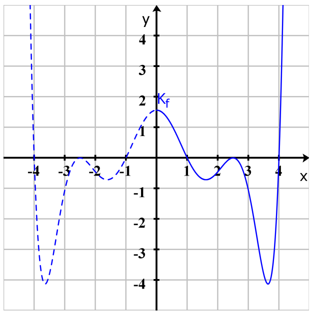
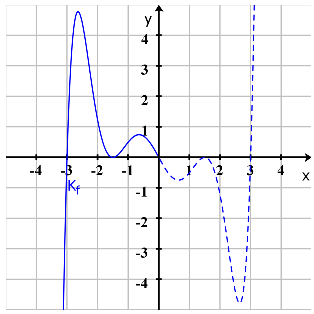
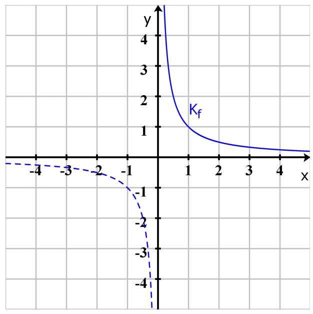
$=-\dfrac{1}{-u^5+2}$

$=\dfrac{1}{u^5-2}$

$\neq f(u)\ \Rightarrow$ keine Symmetrie zum Ursprung

i) $$\begin{aligned} -f(-u) &= -\left(4(-u)^3 - 2(-u)^{-1} - u\right) \\ &= -\left(4(-u)^3 - \frac{2}{(-u)} - u\right) \\ &= -\left(-4u^3 + \frac{2}{u} - u\right) \\ &= -\left(-4u^3 + 2u^{-1} - u\right) \\ &= 4u^3 - 2u^{-1} + u \\ &= f(u) \;\Rightarrow\; \text{Symmetrie zum Ursprung} \end{aligned}$$

Schaubilder

			
K_f ist symmetrisch zur y-Achse	K_f ist symmetrisch zur y-Achse	K_f ist symmetrisch zum Ursprung	K_f ist symmetrisch zum Ursprung

