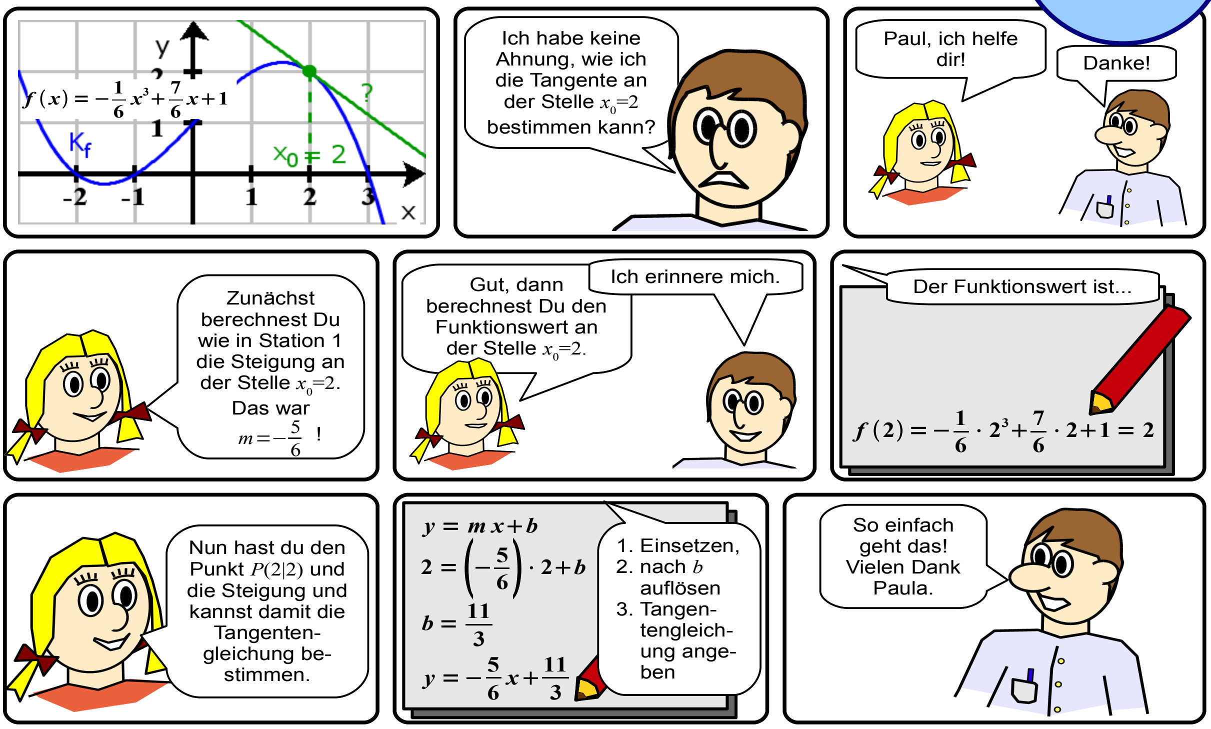
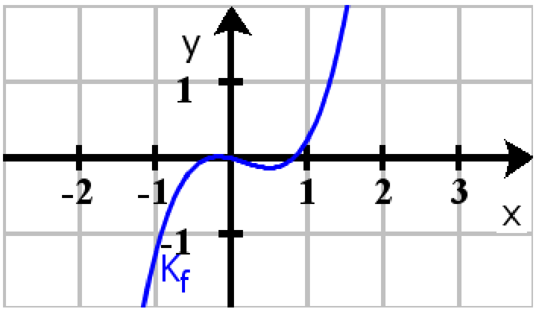
Paul bestimmt die Tangente an einer Stelle x_0



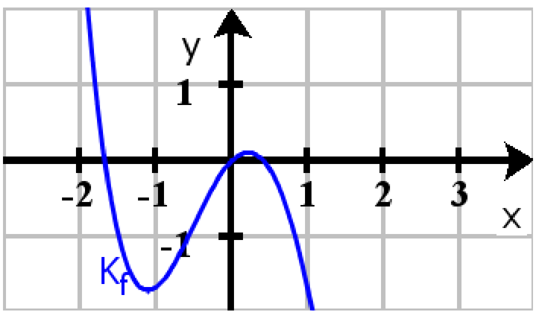
Aufgaben

Zeichnen Sie das Schaubild ab. Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle x_0 und zeichnen Sie die Tangente im Schaubild ein.

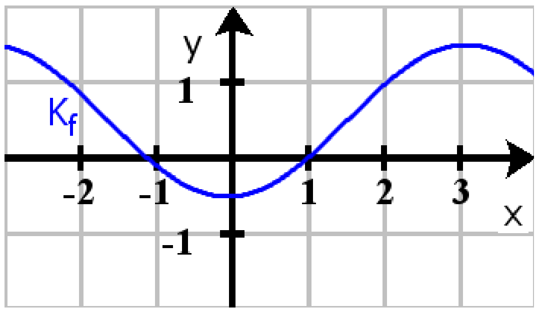
1) $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x$; $x_0 = 1$



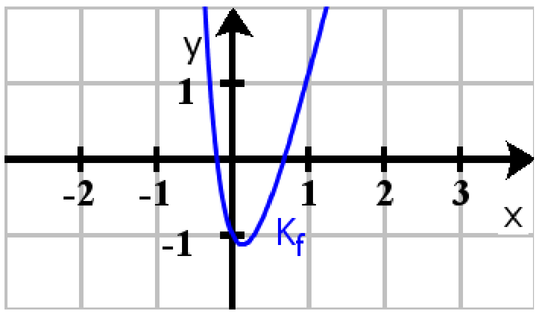
2) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - x^3 - 2x^2 + x$; $x_0 = -1$



3) $f(x) = \sin\left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}$; $x_0 = \frac{3}{2}$



4) $f(x) = e^{-4x} + e^{-2x} + 4x - 3$; $x_0 = 0$



1) $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x;\; x_0 = 1$

Steigung der Tangente:

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - x - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow m = f'(1) = \frac{7}{4}$$

y-Achsenabschnitt der Tangente:
Die Tangente berührt die Kurve an der Stelle x_0

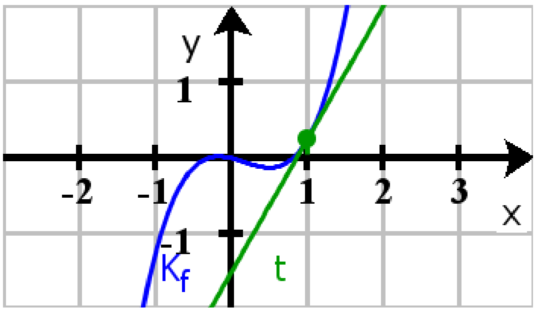
$$\Rightarrow t(1) = f(1) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow t(1) = \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \cdot 1 + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{4} - \left(\frac{7}{4} \cdot 1\right) = -\frac{3}{2}$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t(x) = \frac{7}{4}x - \frac{3}{2}$$



2) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - x^3 - 2x^2 + x;\; x_0 = -1$

Steigung der Tangente:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^4 - x^3 - 2x^2 + x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 - 4x + 1$$

$$\Rightarrow m = f'(-1) = \frac{2}{3}$$

y-Achsenabschnitt der Tangente:
Die Tangente berührt die Kurve an der Stelle x_0

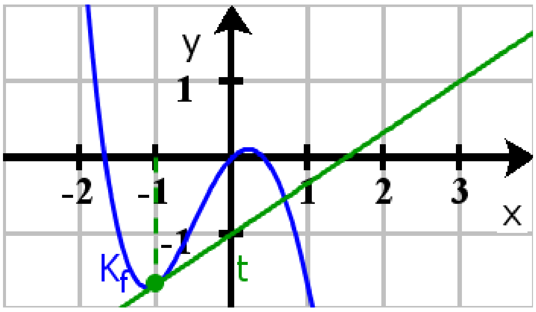
$$\Rightarrow t(-1) = f(-1) = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow t(-1) = -\frac{5}{3} = \frac{2}{3} \cdot (-1) + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{5}{3} - \left(\frac{2}{3} \cdot (-1)\right) = -1$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t(x) = \frac{2}{3}x - 1$$



3) $f(x) = \sin\left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2};\; x_0 = \frac{3}{2}$

Steigung der Tangente:

$$f(x) = \sin\left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \cos\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow m = f'\left(\frac{3}{2}\right) = 1$$

y-Achsenabschnitt der Tangente:
Die Tangente berührt die Kurve an der Stelle x_0

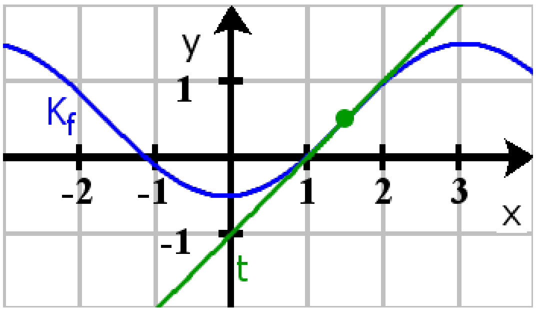
$$\Rightarrow t\left(\frac{3}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{3}{2} + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t(x) = x - 1$$



4) $f(x) = e^{-4x} + e^{-2x} + 4x - 3\,;\ x_0 = 0$

Steigung der Tangente:

$f(x) = e^{-4x} + e^{-2x} + 4x - 3$

$\Rightarrow f'(x) = -4e^{-4x} - 2e^{-2x} + 4$

$\Rightarrow m = f'(0) = -2$

y-Achsenabschnitt der Tangente:
Die Tangente berührt die Kurve an der Stelle x_0

$\Rightarrow t(0) = f(0) = -1$

$\Rightarrow t(0) = -1 = (-2) \cdot 0 + b$

$\Rightarrow b = -1$

Funktionsgleichung der Tangente:

$t(x) = -2x - 1$