

Katy bestimmt Tangenten mit vorgegebener Steigung



Wie soll ich die Tangenten an die Kurve K_f mit der Steigung $m = \frac{2}{3}$ bestimmen?

$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{6}x + 1$

Das ist doch ganz einfach. Erst bestimmst du genau wie in Station 2 die Stellen von K_f mit der Steigung $\frac{2}{3}$.

Das waren die Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = -1$.

Danach berechnest du zu jeder Stelle den Funktionswert.

Da haben wir die Kurvenpunkte!

$f(-1) = 0 \Rightarrow P_1(-1 | 0)$
 $f(1) = 2 \Rightarrow P_2(1 | 2)$

Und nun kann ich mit den Kurvenpunkten und der Steigung die Tangentengleichungen aufstellen!

Ganz genau: Punkt P_i :
 1. Einsetzen,
 2. nach b auflösen
 3. Tangentengleichung angeben

Dann Punkt P_2 :
 1. Einsetzen,
 2. nach b auflösen
 3. Tangentengleichung angeben

$y = mx + b$
 $2 = \frac{2}{3} \cdot 1 + b$
 $b = \frac{4}{3}$
 $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

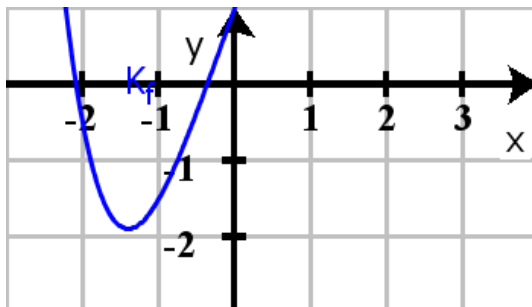
Das ist wirklich einfach: Erst die Stellen mit der Steigung bestimmen. Danach die Kurvenpunkte bestimmen und schließlich für jeden Kurvenpunkt die Tangentengleichung aufstellen!

$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$
 $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

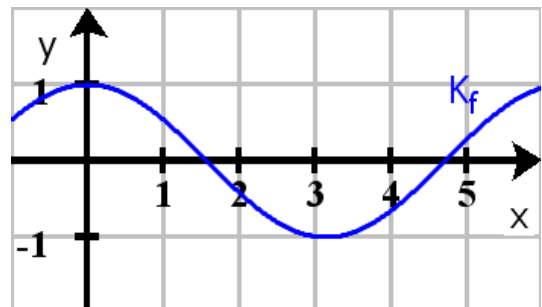
Aufgaben

Zeichnen Sie das Schaubild ab. Bestimmen Sie die Tangenten mit der vorgegebenen Steigung und zeichnen Sie diese in das Schaubild ein.

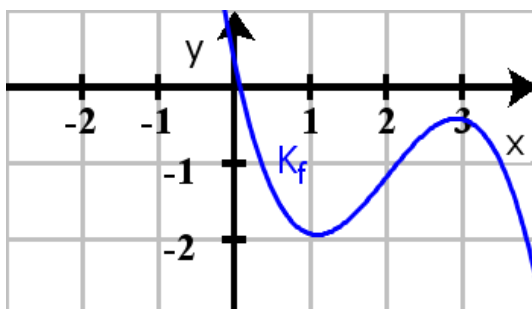
1) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{11}{4}x + 1$; $m = \frac{7}{4}$



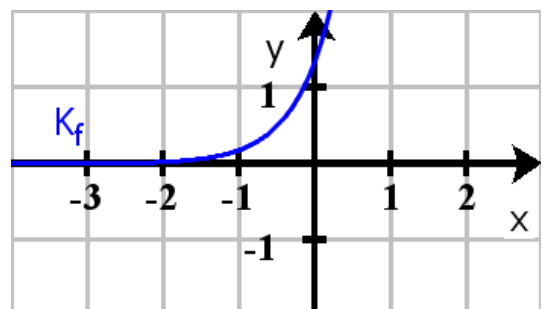
3) $f(x) = \cos(x)$; $m = -\frac{1}{2}$; $0 < x < 5$



2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - \frac{19}{4}x + \frac{1}{3}$; $m = -\frac{1}{4}$



4) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}$; $m = 1$



Lösungen zur Station 4

$$1) f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{11}{4}x + 1; m = \frac{7}{4}$$

Bestimme die Stellen, an denen die Funktion f

die Steigung $m = \frac{7}{4}$ hat:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{11}{4}x + 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^3 + \frac{11}{4}$$

Setze $m = f'(x)$

$$x^3 + \frac{11}{4} = \frac{7}{4} \quad | \cdot 4$$

$$4x^3 + 11 = 7 \quad | -11$$

$$4x^3 = -4 \quad | \div 4$$

$$x^3 = -1 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$x = \sqrt[3]{-1}$$

$$x = -1$$

Tangente an der Stelle $x_1 = -1$:

y-Achsenabschnitt der Tangente:

Die Tangente berührt die Kurve

an der Stelle x_1

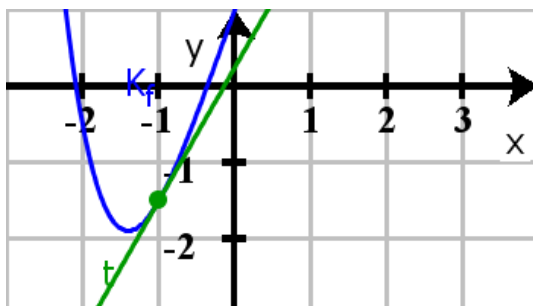
$$\Rightarrow t_1(-1) = (-1) = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow t_1(-1) = -\frac{3}{2} = \frac{7}{4} \cdot (-1) + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{3}{2} - \left(\frac{7}{4} \cdot (-1)\right) = \frac{1}{4}$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t_1(x) = \frac{7}{4}x + \frac{1}{4}$$



$$2) f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - \frac{19}{4}x + \frac{1}{3}; m = -\frac{1}{4}$$

Bestimme die Stellen, an denen die Funktion f

die Steigung $m = -\frac{1}{4}$ hat:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - \frac{19}{4}x + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - \frac{19}{4}$$

Setze $m = f'(x)$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}x^2 + 6x - \frac{19}{4} = -\frac{1}{4} \quad | \cdot 4$$

$$\Rightarrow -6x^2 + 24x - 19 = -1 \quad | +1$$

$$\Rightarrow -6x^2 + 24x - 18 = 0$$

Setze $a = -6$, $b = 24$, $c = -18$ in die Lösungsformel ein:

$$x_{(1,2)} = \frac{-24 \pm \sqrt{(24)^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-18)}}{2 \cdot (-6)}$$

$$= \frac{-24 \pm \sqrt{576 - 432}}{-12}$$

$$= \frac{-24 \pm \sqrt{144}}{-12}$$

$$= \frac{-24 \pm 12}{-12}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 3$$

Tangente an der Stelle $x_1 = 1$:

y-Achsenabschnitt der Tangente:

Die Tangente berührt die Kurve

an der Stelle x_1

$$\Rightarrow t_1(1) = f(1) = -\frac{23}{12}$$

$$\Rightarrow t_1(1) = -\frac{23}{12} = -\frac{1}{4} \cdot 1 + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{23}{12} - \left(-\frac{1}{4} \cdot 1\right) = -\frac{5}{3}$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t_1(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{3}$$

Tangente an der Stelle $x_2 = 3$:
 y-Achsenabschnitt der Tangente:
 Die Tangente berührt die Kurve
 an der Stelle x_2

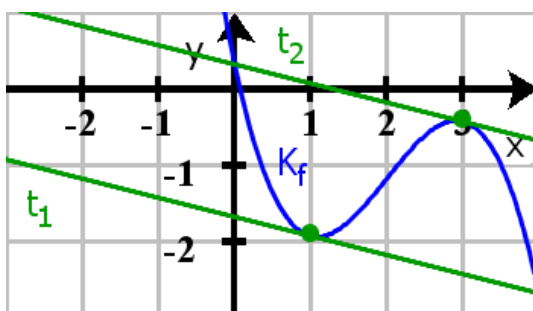
$$\Rightarrow t_2(3) = f(3) = -\frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow t_2(3) = -\frac{5}{12} = -\frac{1}{4} \cdot 3 + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{5}{12} - \left(-\frac{1}{4} \cdot 3\right) = \frac{1}{3}$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t_2(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}$$



3) $f(x) = \cos(x)$; $m = -\frac{1}{2}$; $0 < x < 5$

Bestimme die Stellen, an denen die
 Funktion f

die Steigung $m = -\frac{1}{2}$ hat:

$$f(x) = \cos(x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\sin(x)$$

Setze $m = f'(x)$

$$\Rightarrow -\sin(x) = -\frac{1}{2} \quad | \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow \sin(x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{6}\pi \approx 0,52 \quad x_2 = \frac{5}{6}\pi \approx 2,62$$

Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{6}\pi$:

y-Achsenabschnitt der Tangente:
 Die Tangente berührt die Kurve
 an der Stelle x_1

$$\Rightarrow t_1\left(\frac{1}{6}\pi\right) = f\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,86$$

$$\Rightarrow t_1\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\pi\right) + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\pi\right) \approx 1,13$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t_1(x) = -0,5x + 1,13$$

Tangente an der Stelle $x_2 = \frac{5}{6}\pi$:

y-Achsenabschnitt der Tangente:
 Die Tangente berührt die Kurve
 an der Stelle x_2

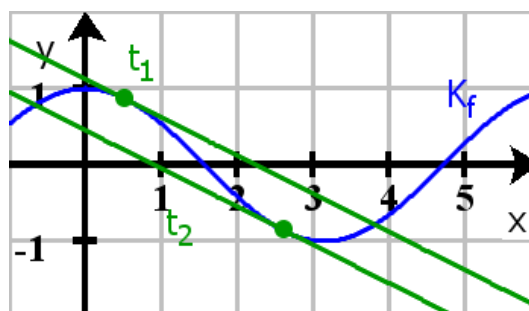
$$\Rightarrow t_2\left(\frac{5}{6}\pi\right) = f\left(\frac{5}{6}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0,86$$

$$\Rightarrow t_2\left(\frac{5}{6}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{6}\pi\right) + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{6}\pi\right) \approx 0,44$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t_2(x) = -0,5x + 0,44$$



$$4) f(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}; m = 1$$

Bestimme die Stellen, an denen die Funktion f die Steigung $m = 1$ hat:

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^{2x+1}$$

Setze $m = f'(x)$

$$\Rightarrow e^{2x+1} = 1 \quad | \ln$$

$$\Rightarrow 2x+1 = 0 \quad | -1$$

$$\Rightarrow 2x = -1 \quad | \div 2$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Tangente an der Stelle $x = -\frac{1}{2}$:

y-Achsenabschnitt der Tangente:

Die Tangente berührt die Kurve an der Stelle x_1

$$\Rightarrow t\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Funktionsgleichung der Tangente:

$$t(x) = x+1$$

