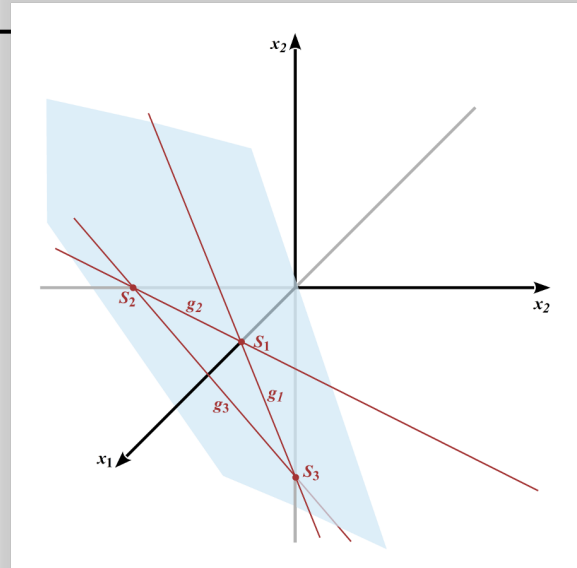


Spurpunkte / Spurgeraden

Ausgangssituation

Die Ebene $E: 21x_1 - 7x_2 - 6x_3 = 42$ wird an den Punkten $S_1 = (a_1 | a_2 | a_3)$, $S_2 = (b_1 | b_2 | b_3)$ und $S_3 = (c_1 | c_2 | c_3)$ von den Koordinatenachsen durchstoßen. Die Geraden g_1 , g_2 und g_3 sind die Schnittkanten von E und den Koordinatenebenen x_1x_3 , x_1x_2 und x_2x_3 .
(siehe nebenstehende Abbildung)



Forschungsauftrag

1) Treffen Sie Aussagen über die Koordinaten $a_1, \dots, a_3, b_1, \dots, b_3, c_1, \dots, c_3$.

Lösung 1

2) Ermitteln Sie mit Hilfe der Ebenengleichung von E die Koordinaten $a_1, \dots, a_3, b_1, \dots, b_3, c_1, \dots, c_3$.

Tipp 1

Lösung 2

3) Bestimmen Sie Gleichungen für die Geraden g_1 , g_2 und g_3 .

Lösung 3

Spurgeraden und Spurpunkte

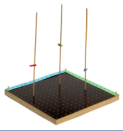
Definition:

E ist eine Ebene, g eine Gerade und P ein Punkt, dann

... ist g eine **Spurgerade**, wenn g die Schnittgerade von E und einer Koordinatenebene ist.

... ist P eine **Spurpunkt**, wenn P in E und auf einer Koordinatenachse liegt.





Routine

Bestimmen Sie zu jeder angegebenen Ebene sämtliche Spurpunkte und Spurgeraden. Zeichnen Sie die Spurpunkte und Spurgeraden in ein Koordinatensystem und deuten Sie die Ebene an.

1) $E: 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 6$

Lösung 4

2) $E: x_1 - x_2 - x_3 = 4$

Lösung 5

3) $E: x_3 = 0$

Lösung 6

4) $E: 3x_1 + 5x_2 = 15$

Lösung 7

S_1 , S_2 und S_3 sind die Spurpunkte einer Ebene E . Zeichnen Sie die Spurpunkte und die Ebene E in ein Koordinatensystem und bestimmen Sie eine Koordinatengleichung von E .

5) $S_1 = (4|0|0)$, $S_2 = (0|5|0)$, $S_3 = (0|0|6)$

Lösung 8

6) $S_1 = (2|0|0)$, $S_2 = (0|-6|0)$, $S_3 = (0|0|7)$

Lösung 9

Forschungsauftrag für Experten

$S_1 = (a|0|0)$, $S_2 = (0|b|0)$ und $S_3 = (0|0|c)$, $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ sind die Spurpunkte einer Ebene E .

Dann ist

$$E: \frac{1}{a}x_1 + \frac{1}{b}x_2 + \frac{1}{c}x_3 = 1$$

eine passende Gleichung zu E .

1) Überprüfen Sie mit einem Beispiel (z.B. aus dem vorhergehenden Abschnitt), dass die Behauptung für das Beispiel gilt.

Lösung 10

2) Begründen Sie, dass die Behauptung immer gilt.

Tipp 2

Lösung 11

