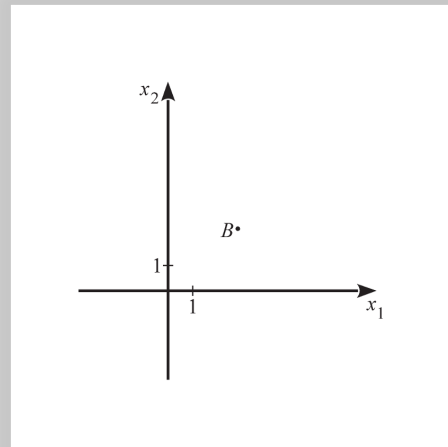


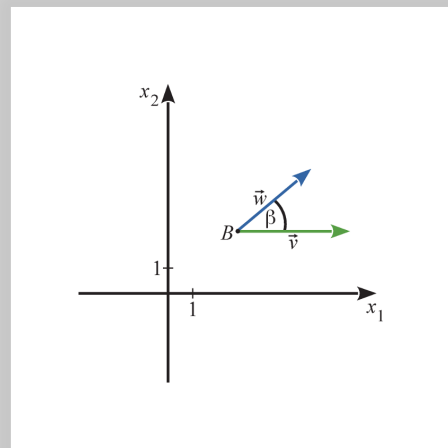
Schnittwinkel (1)

Winkel zwischen Vektoren

Zeichnen Sie ein zweidimensionales Koordinatensystem und markieren Sie einen beliebigen Punkt B , z.B. so:



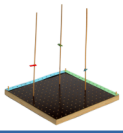
Zeichnen Sie von Punkt B ausgehend zwei beliebige Vektoren \vec{v} und \vec{w} , so dass einer der beiden Winkel zwischen \vec{v} und \vec{w} ein spitzer Winkel ist, z.B. so:



Definition:

Werden zwei Vektoren \vec{v} und \vec{w} von einem Punkt aus gezeichnet, so schließen die zwei Vektoren zwei Winkel ein: β und $\delta = 360^\circ - \beta$. Der kleinere Winkel ist der Winkel zwischen \vec{v} und \vec{w} .



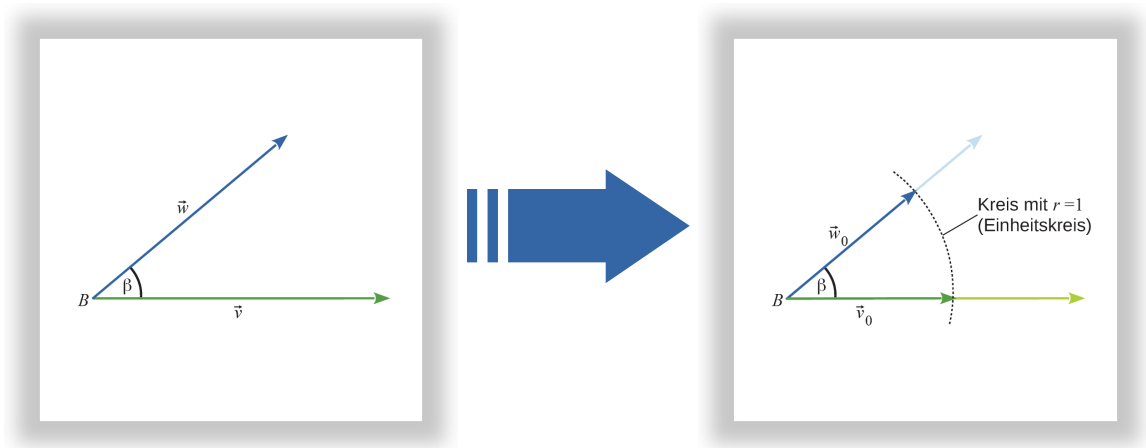


Forschungsauftrag

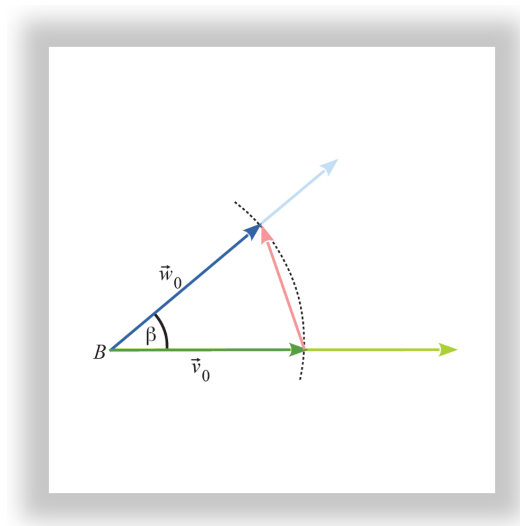
1) Berechnen Sie zu \vec{v} und \vec{w} die jeweiligen Einheitsvektoren \vec{v}_0 und \vec{w}_0 .

Zeichnen Sie \vec{v}_0 und \vec{w}_0 in Ihrem Schaubild ein.

Tipp 1



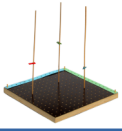
2) Zeichnen Sie einen weiteren Vektor von der Spitze von \vec{v}_0 zur Spitze von \vec{w}_0 ein:



Die drei Vektoren schließen ein Dreieck ein. Begründen Sie, dass dieses Dreieck für $0^\circ < \beta < 90^\circ$ keinen rechten Winkel besitzt.

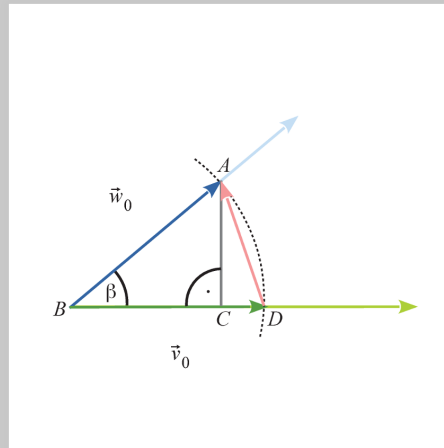
Lösung 1





Vektorgeometrie

- 3) Da das eingezeichnete Dreieck nicht rechtwinklig ist, kann leider auch keine der trigonometrischen Zusammenhänge zur Berechnung von β verwendet werden. Deshalb bedarf es einer Hilfskonstruktion:



Zeigen Sie, dass $|\vec{BC}| = \cos(\beta)$ ist.

Lösung 2

- 4) Geben Sie einen Term an, der in Abhängigkeit von $\cos(\beta)$ die Länge von \vec{CA} bestimmt.

Tipp 2

Lösung 3

- 5) Geben Sie einen Term an, mit dem in Abhängigkeit von β die Länge von \vec{CD} berechnet werden kann.

Lösung 4

- 6) Zeigen Sie, dass $|\vec{w}_0 - \vec{v}_0|^2 = (\vec{w}_0 - \vec{v}_0)^2$ ist.

Lösung 5

- 7) Zeigen Sie, dass $(\vec{w}_0 - \vec{v}_0)^2$ mit Hilfe von \vec{CA} und \vec{CD} berechnet werden kann. Lösen Sie ihre Gleichung nach $\cos(\beta)$ auf und vereinfachen Sie die andere Seite der Gleichung soweit wie möglich.

Tipp 3

Lösung 6

- 8) Setzen Sie in Ihre Gleichung aus 7) die Vektoren aus 1) ein und berechnen Sie den Winkel β . Überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch nachmessen im Schaubild.

Zusatzaufgabe

Zeigen Sie, dass der im Forschungsauftrag 7) hergeleitete Zusammenhang auch für $\beta > 90^\circ$ gilt.

