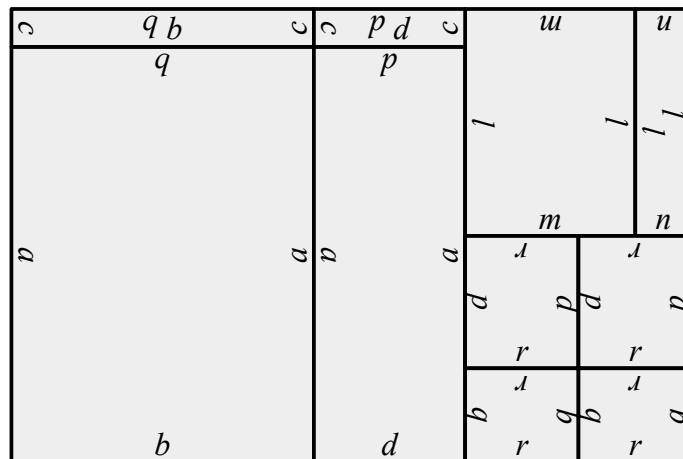


Das Terme-Multiplikationspuzzle

Anleitung

Das Puzzle besteht aus 10 rechteckigen Teilen. Die Teile müssen zu einem großen Rechteck zusammengelegt werden.

Beispiel:



Jede Seite des großen Rechtecks entsteht aus der Summe von Seiten der rechteckigen Puzzleteile.

kurze Seite: $a+c \vee l+p+q$

lange Seite: $b+d+m+n \vee b+d+2r$

Um den Flächeninhalt zu berechnen müssen die Summen für die beiden Seiten multipliziert werden.

Beispiel: $(a+c) \cdot (b+d+2r) = ab+ad+2ar+bc+cd+2cr$

Für eine Kontrolle des Ergebnis können die gemessenen Kantenlängen in die entsprechenden Variablen eingesetzt werden und für die Terme rechts und links des Gleichheitszeichens konkrete Werte berechnet werden. Diese müssen übereinstimmen.

Beispiel: $a=15 \wedge b=12 \wedge c=3 \wedge d=6 \wedge r=4,5$

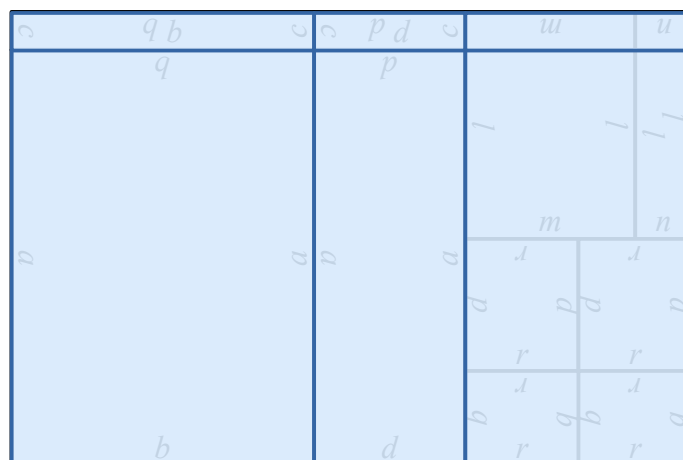
$$(15+3) \cdot (12+6+2 \cdot 4,5) = 18 \cdot 27 = 486$$

$$15 \cdot 12 + 15 \cdot 6 + 2 \cdot 15 \cdot 4,5 + 12 \cdot 3 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 \cdot 4,5 = 180 + 90 + 135 + 36 + 18 + 27 = 486$$

Im letzten Schritt wird aus dem berechneten (expandierten) Term eine Einteilung des großen Rechtecks vorgenommen, so dass mit jedem Summand im expandiertem Term der Flächeninhalt eines der eingeteilten Rechtecke berechnet werden kann.



Beispiel:



Didaktische Anmerkungen

- ◆ Mit den Teilen kann auf 8 verschiedene Weisen das große Rechteck ausgefüllt werden. Um eine bestimmte Anordnung zu erhalten, werden die Positionen einiger Teile vorgegeben. Damit muss das Ergebnis nach Einsetzen von Werten immer gleich sein. Dieser ist bei Verwenden der Vorlage für das Puzzle 486 FE.
- ◆ Jede Anordnung führt zu vier verschiedenen Produkten von Summanden (insgesamt sind 24 verschiedene Aufgaben möglich).
- ◆ In den Summanden können vielfache einer Variablen vorkommen.
- ◆ Es können keine Potenzen von Variablen in den expandierten Termen vorkommen, d.h. Potenzen müssen nicht vorausgesetzt werden.
- ◆ Durch das Puzzeln soll das räumliche Vorstellungsvermögen gefördert werden.
- ◆ Zweimal findet ein Darstellungswechsel statt.
Das erste Mal beim Aufstellen der Terme, welche zur Berechnung der Seitenlängen benötigt werden. Dabei wird von der geometrischen Darstellung in die mathematische Symbolschreibweise gewechselt.
Wenn zum Schluss zum expandierten Term eine entsprechende Einteilung des Rechtecks gesucht wird, findet wiederum ein Wechsel von der mathematischen Symbolschreibweise in eine geometrische Darstellung statt.
- ◆ Um weitere Aufgaben mit dem Puzzle zu generieren, können auch Rechtecke mit weniger Teilen gelegt werden.
- ◆ Beim expandieren des Terms soll darauf geachtet werden, dass bei Produkten die Variablen in alphabetische Reihenfolge gebracht werden. Aus mathematischer Sicht



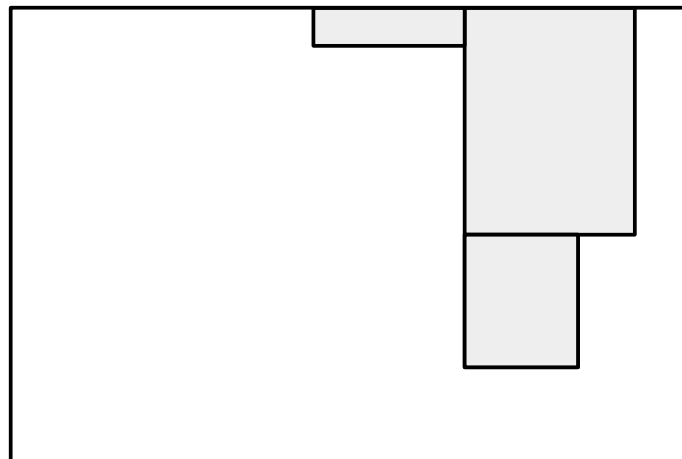
ist dies zwar nicht nötig, allerdings ist der expandierte Term strukturierter und führt bei gleicher Vorgehensweise in anderen Fällen zu einfacherem Zusammenfassen oder Faktorisieren.

Hinweise zu den Aufgaben:

Die Anordnung der Puzzleteile in den Aufgaben ist zwar nicht eindeutig, die Seiten, die außen liegen müssen hingegen schon. Daher ist die angegebene Anordnung unter dem Punkt *Puzzle* nur eine Beispielmöglichkeit.

Aufgabe 1

Vorgabe:



Puzzle:

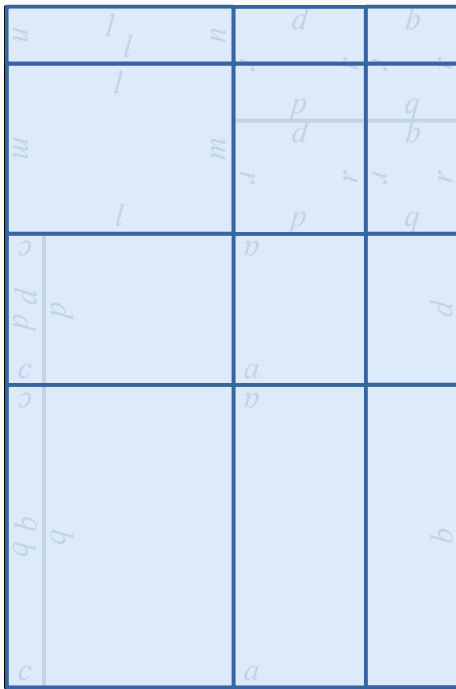
c	q	b	c	c	p	d	c	u	u
	q				p			l	l
b			a	b		a		m	n
								r	r
								d	p
								r	r
								r	r
								b	q
								r	q



Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

Variante 1:

$$(b+d+m+n) \cdot (l+p+q) = bl+bp+bq+dl+dp+dq+lm+mp+mq+ln+np+nq$$



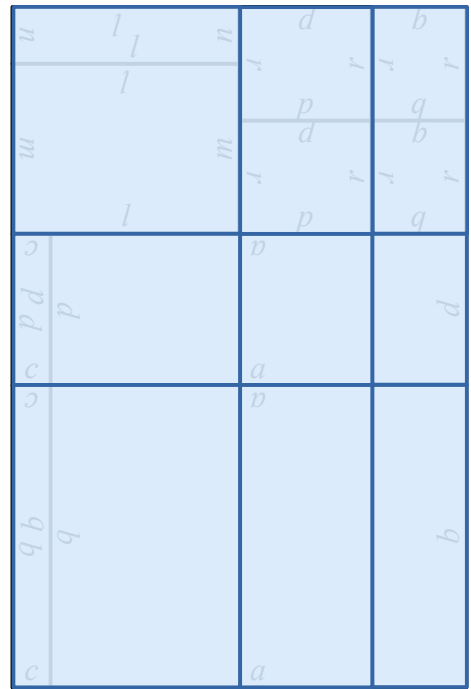
Variante 3:

$$(b+d+2r) \cdot (a+c) = ab+bc+ad+cd+2ar+2cr$$



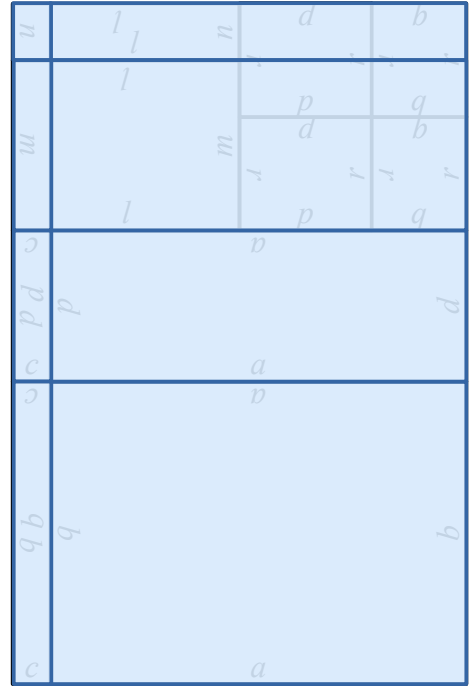
Variante 2:

$$(l+p+q) \cdot (b+d+2r) = bl+dl+2lr+bp+dp+2pr+bq+dq+2qr$$



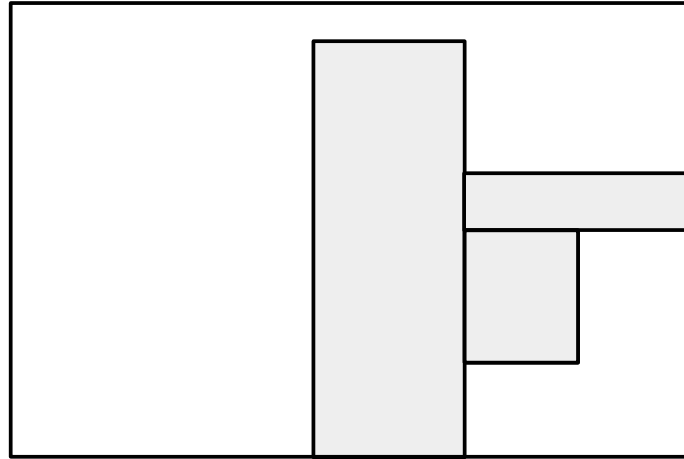
Variante 4:

$$(a+c) \cdot (b+d+m+n) = ab+ad+am+an+bc+cd+cm+cn$$

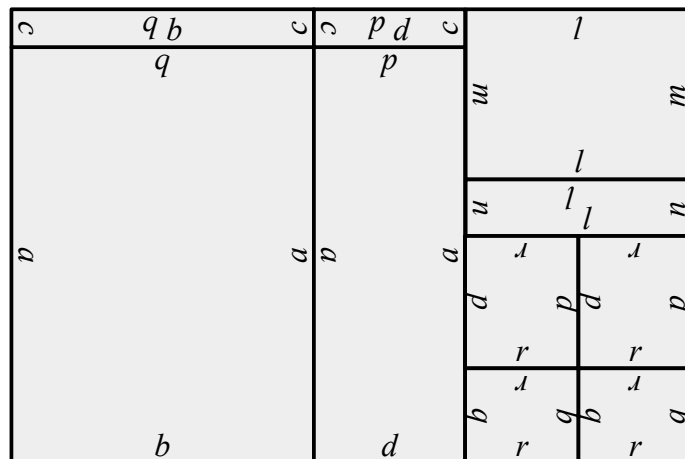


Aufgabe 2

Vorgabe:



Puzzle:



Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

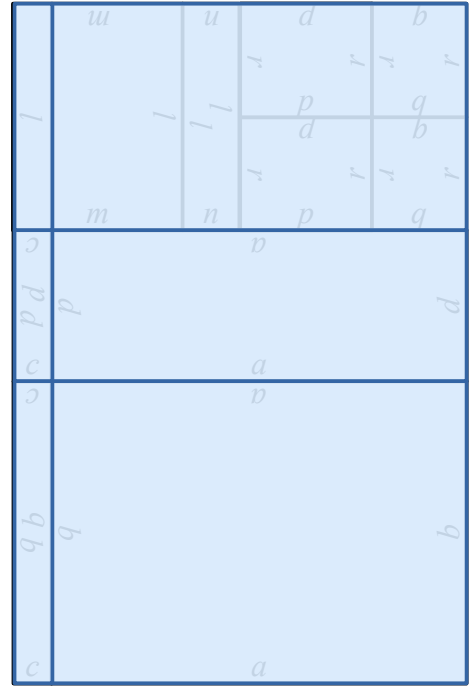
Variante 3: (= Aufgabe 1, Variante 3)

$$(b+d+2r) \cdot (a+c) = ab+bc+ad+cd+2ar+2cr$$



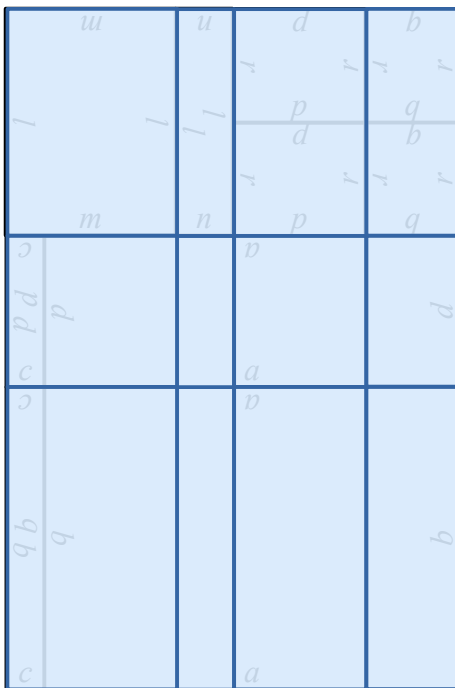
Variante 4:

$$(a+c) \cdot (b+d+l) = ab+ad+al+bc+cd+cl$$



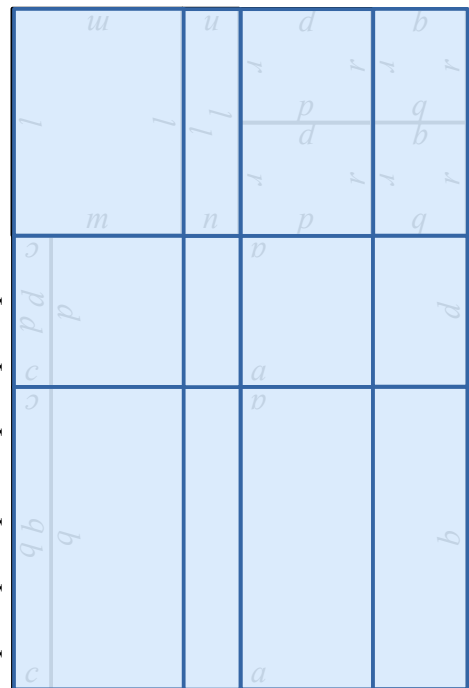
Variante 1:

$$(b+d+l) \cdot (n+m+p+q) = bn+bm+bp+bq+dn+dm+dp+dq+ln+lm+lp+lq$$



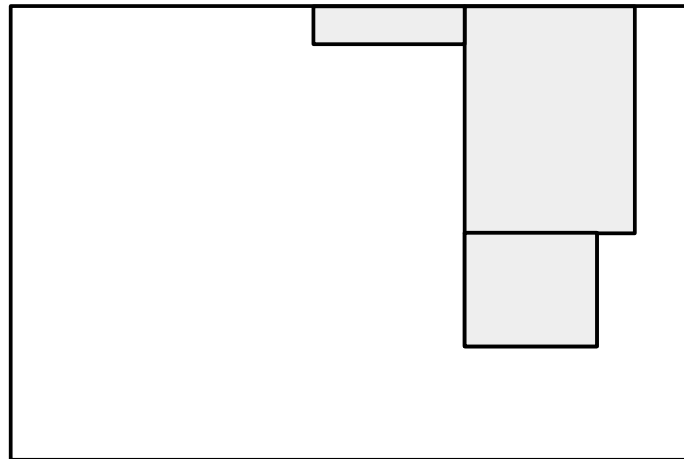
Variante 2:

$$(n+m+p+q) \cdot (b+d+2r) = bn+dn+2nr+bm+dm+2mr+bp+dp+2pr+bq+dq+2qr$$



Aufgabe 3

Vorgabe:



Puzzle:

<i>c</i>	<i>q b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>p d</i>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u</i>
	<i>q</i>			<i>p</i>		<i>l</i>	<i>l</i>
<i>b</i>		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>		<i>m</i>	<i>n</i>
						<i>d</i>	<i>b</i>
						<i>r</i>	<i>r</i>
						<i>p</i>	<i>q</i>
						<i>d</i>	<i>b</i>
						<i>r</i>	<i>r</i>
	<i>b</i>			<i>d</i>		<i>p</i>	<i>q</i>

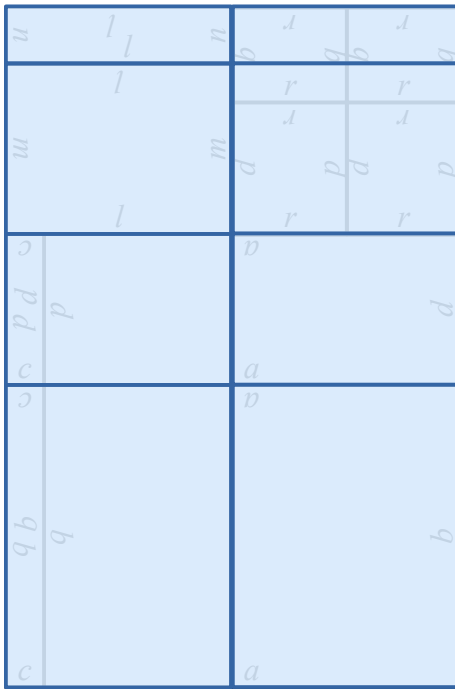


Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

Variante 1:

$$(b+d+m+n) \cdot (l+2r)$$

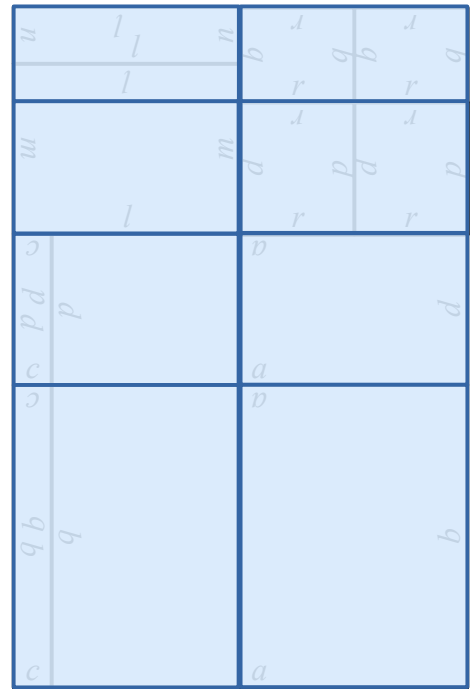
$$= bl+2br+dl+2dr+lm+2mr+ln+2nr$$



Variante 2:

$$(l+2r) \cdot (b+d+p+q)$$

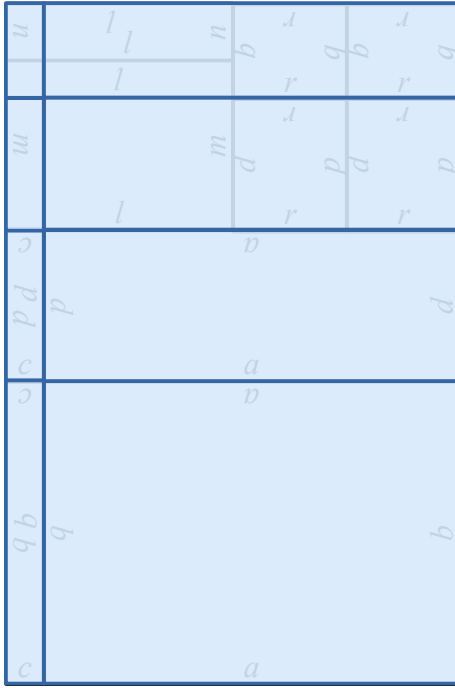
$$= bl+dl+lp+lq+2br+2dr+2pr+2qr$$



Variante 3:

$$(b+d+p+q) \cdot (a+c)$$

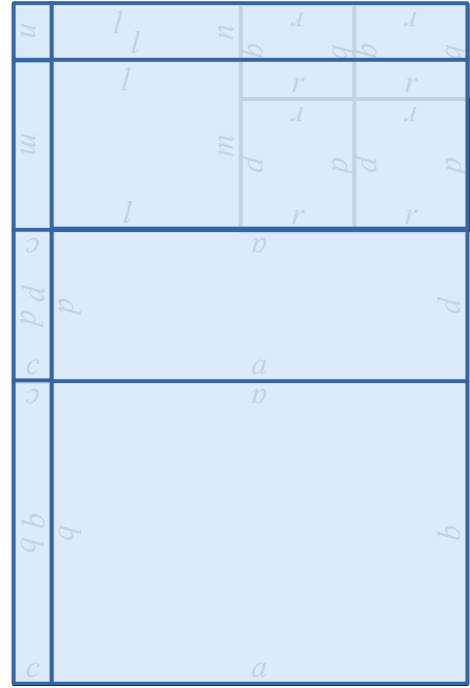
$$= ab+bc+ad+cd+ap+cp+aq+cq$$



Variante 4: (= Aufgabe 1, Variante 4)

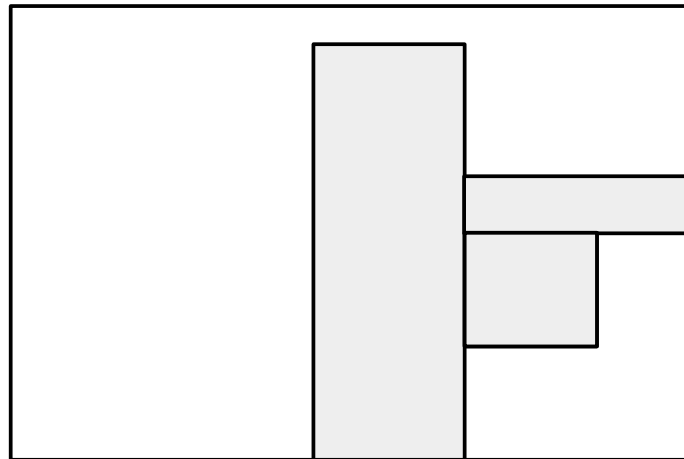
$$(a+c) \cdot (b+d+m+n)$$

$$= ab+ad+am+an+bc+cd+cm+cn$$

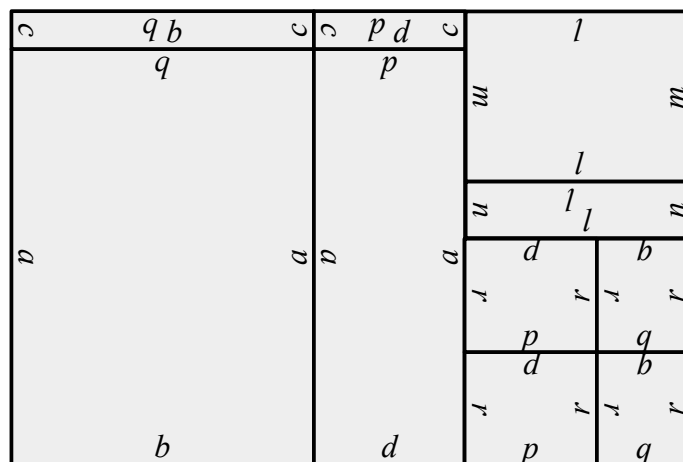


Aufgabe 4

Vorgabe:



Puzzle:

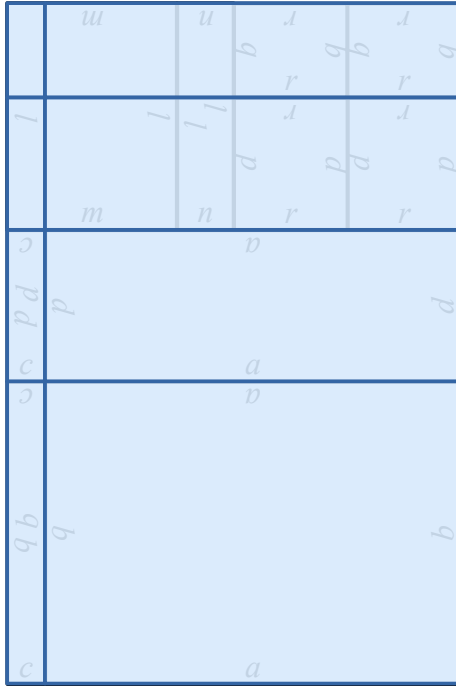


Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

Variante 3: (= Aufgabe 3, Variante 3)

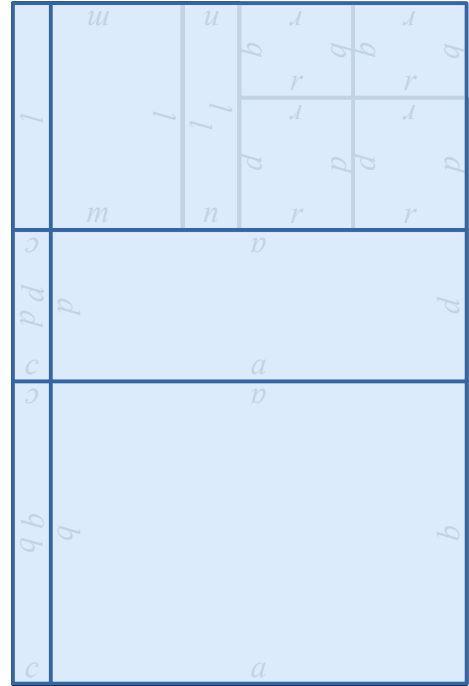
$$(b+d+p+q) \cdot (a+c)$$

$$= ab+bc+ad+cd+ap+cp+aq+cq$$



Variante 4: (= Aufgabe 2, Variante 4)

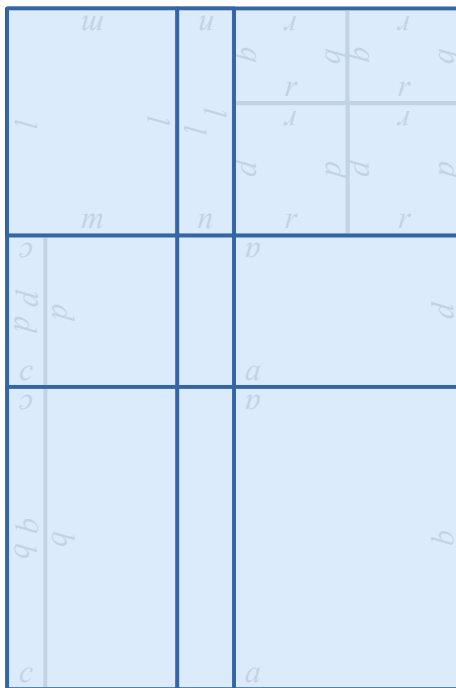
$$(a+c) \cdot (b+d+l) = ab+ad+al+bc+cd+cl$$



Variante 1:

$$(b+d+l) \cdot (n+m+2r)$$

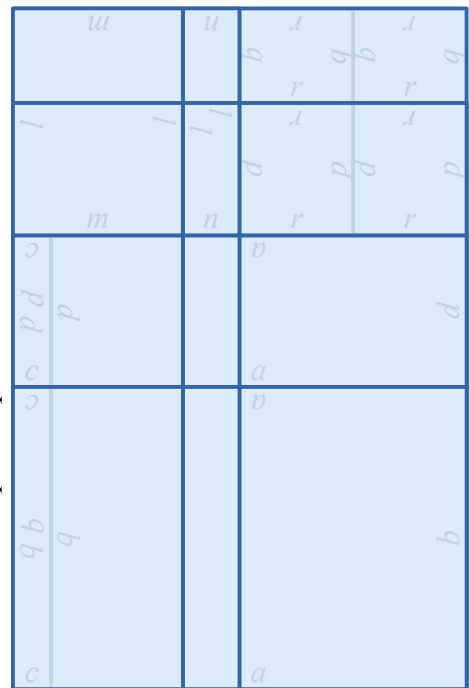
$$= bn+bm+2br+dn+dm+2dr+ln+lm+2lr$$



Variante 2:

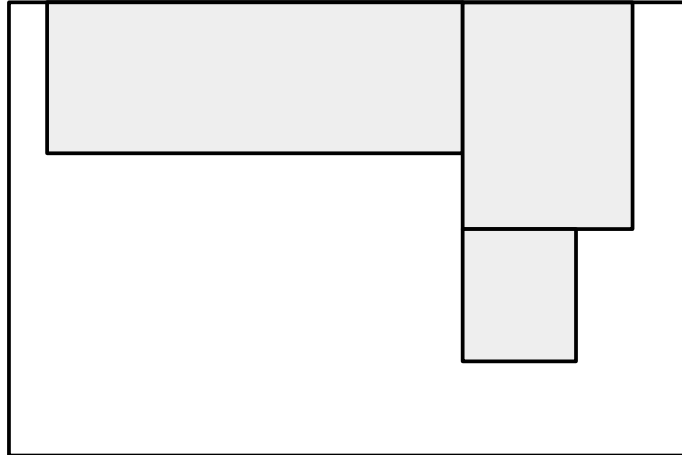
$$(n+m+2r) \cdot (b+d+p+q)$$

$$= bn+dm+2dr+np+nq+bm+dm+mp+mq+2br+2dr+2pr+2qr$$

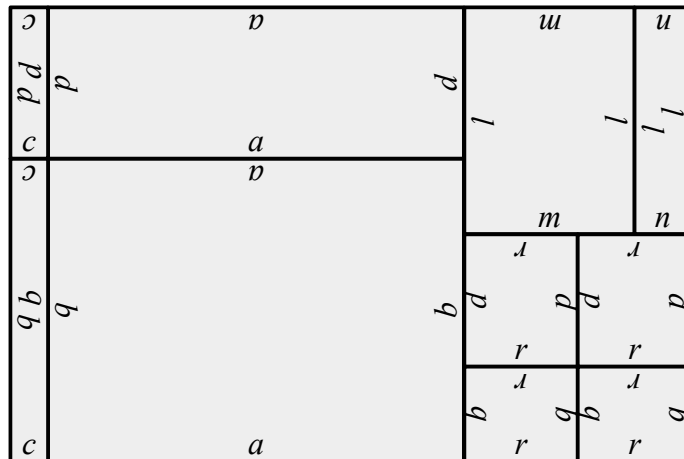


Aufgabe 5

Vorgabe:



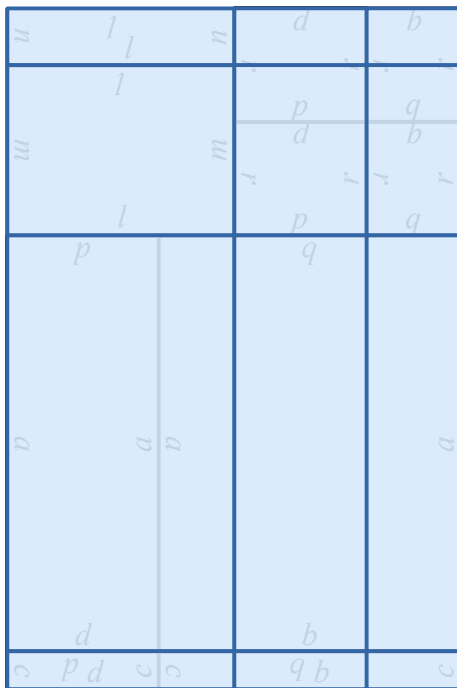
Puzzle:



Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

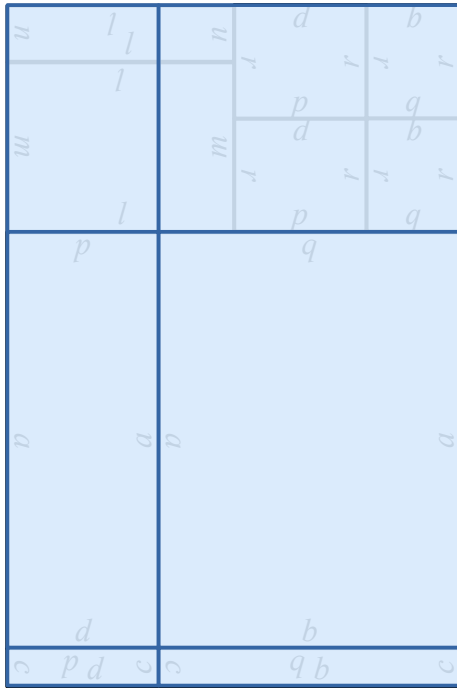
Variante 1:

$$(a+c+m+n) \cdot (l+p+q) = al+ap+aq+cl+cp+cq+lm+mp+mq+ln+np+nq$$



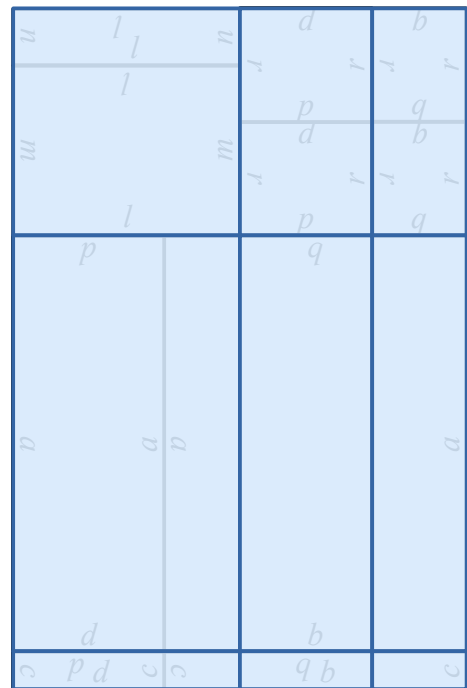
Variante 3:

$$(a+c+2r) \cdot (b+d) = ab+ad+bc+cd+2br+2dr$$



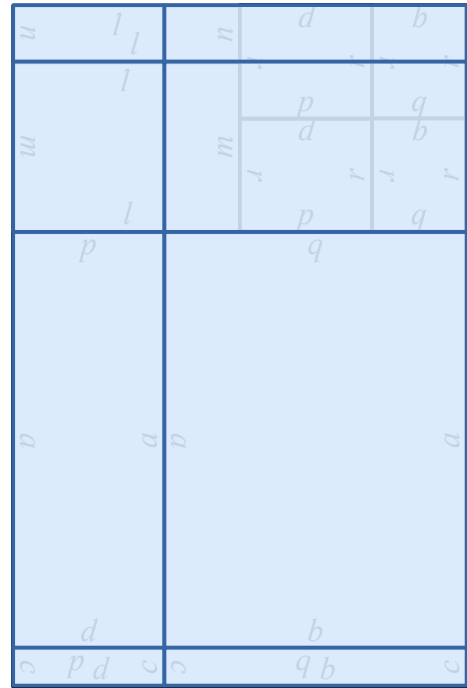
Variante 2:

$$(l+p+q) \cdot (a+c+2r) = al+cl+2lr+ap+cp+2pr+aq+cq+2qr$$



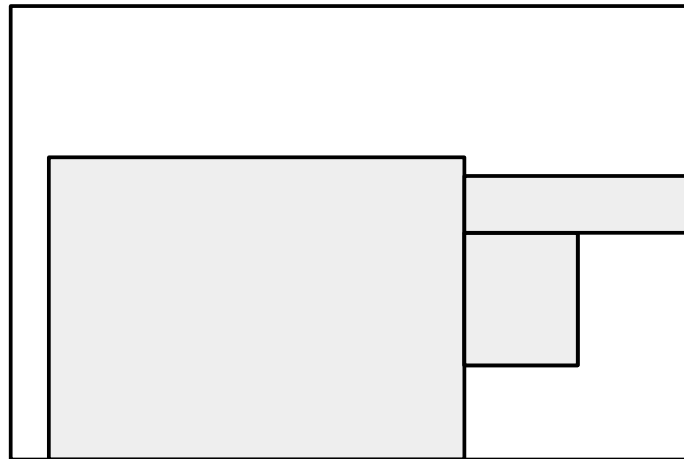
Variante 4:

$$(b+d) \cdot (a+c+n+m) = ab+bc+bn+bm+ad+cd+dn+dm$$

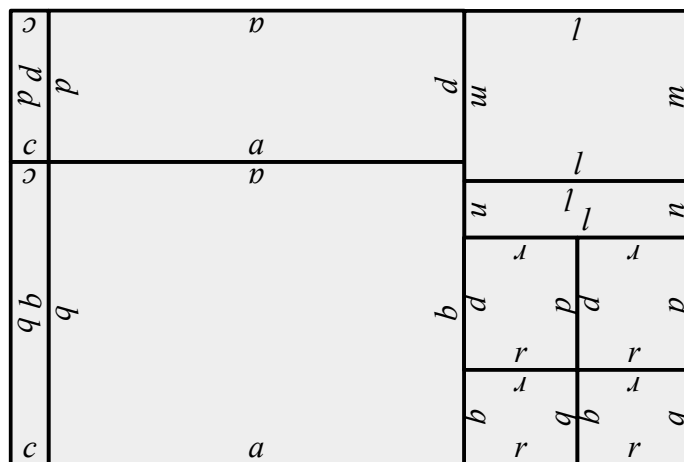


Aufgabe 6

Vorgabe:



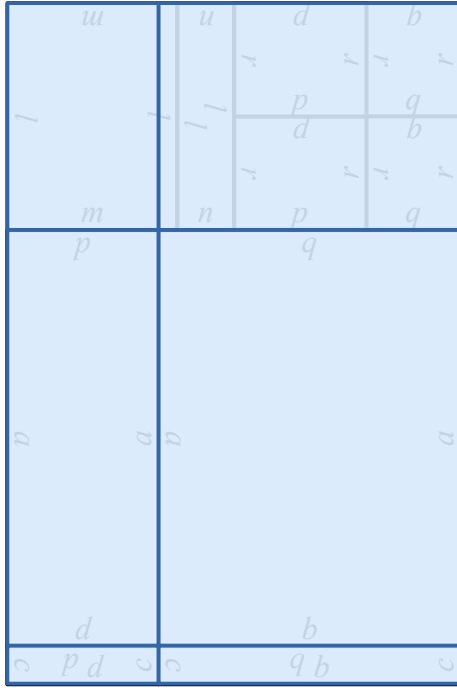
Puzzle:



Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

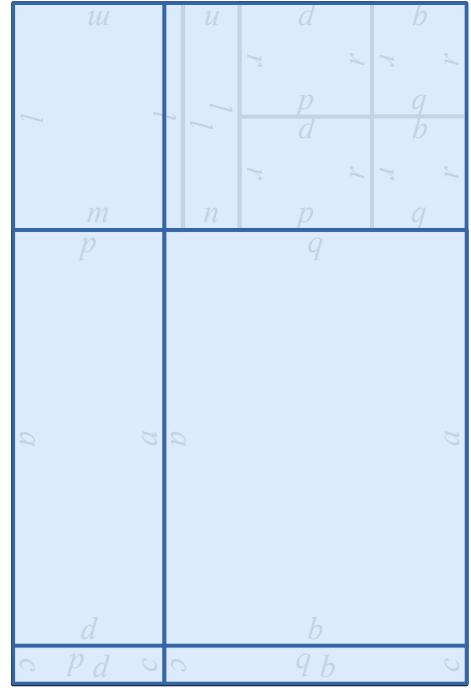
Variante 3: (= Aufgabe 5, Variante 3)

$$(a+c+2r) \cdot (b+d) = ab+ad+bc+cd+2br+2dr$$



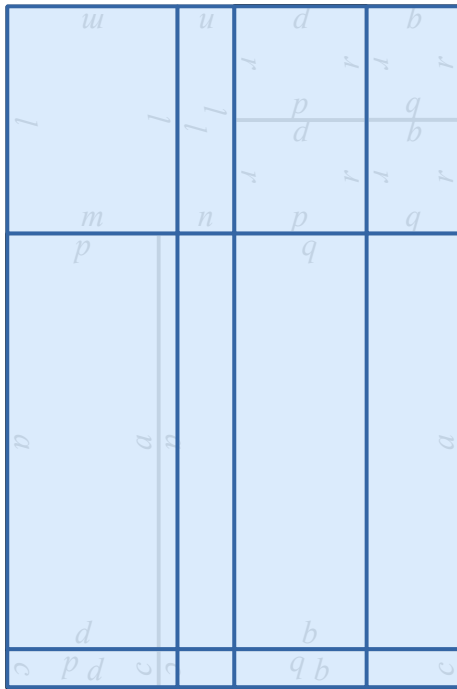
Variante 4:

$$(b+d) \cdot (a+c+l) = ab+bc+bl+ad+cd+dl$$



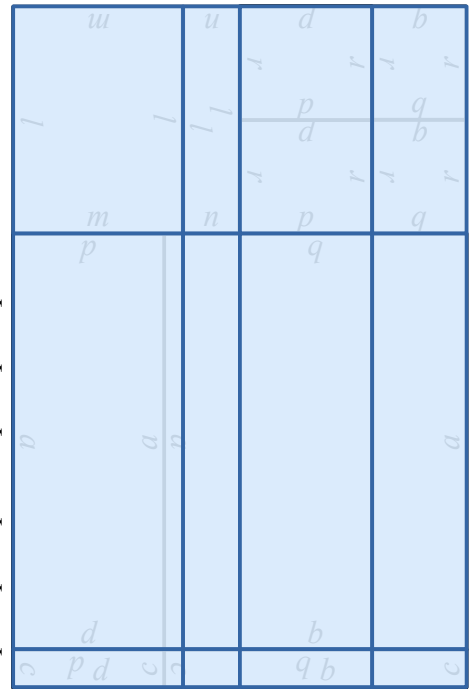
Variante 1:

$$(a+c+l) \cdot (m+n+p+q) = am+an+ap+aq+cm+cn+cp+cq+lm+ln+lp+lq$$



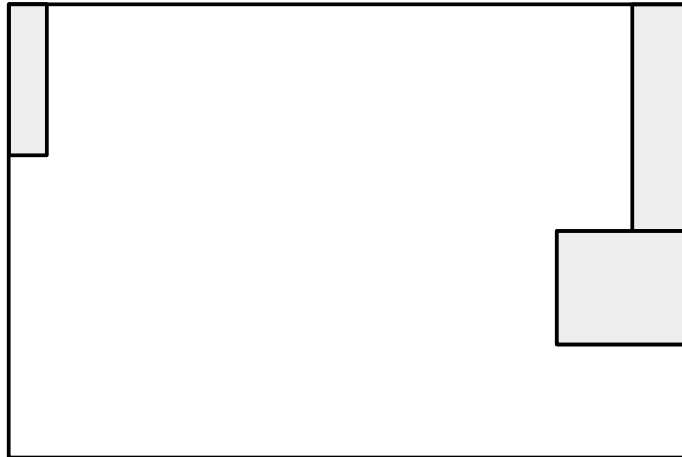
Variante 2:

$$(m+n+p+q) \cdot (a+c+2r) = am+cm+2mr+an+cn+2nr+ap+cp+2pr+aq+cq+2qr$$



Aufgabe 7

Vorgabe:



Puzzle:

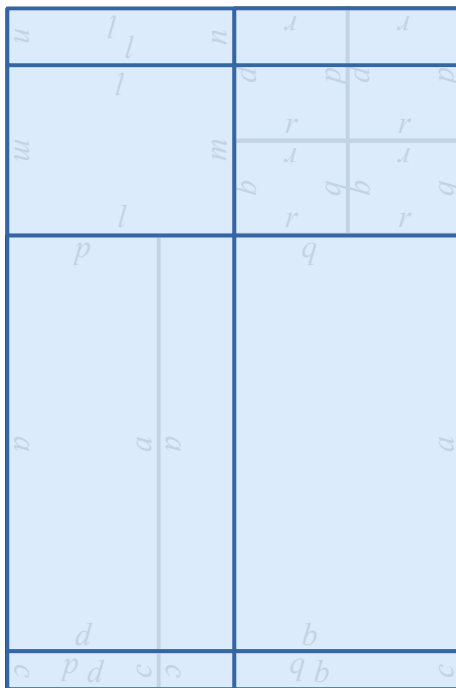
<i>v</i>		<i>v</i>		<i>u</i>		<i>u</i>
<i>p</i>	<i>p</i>		<i>d</i>	<i>l</i>		<i>l</i>
<i>c</i>		<i>a</i>		<i>l</i>		<i>l</i>
<i>v</i>		<i>v</i>		<i>m</i>		<i>n</i>
<i>q</i>	<i>q</i>		<i>b</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>r</i>
<i>b</i>			<i>b</i>	<i>r</i>		<i>r</i>
<i>q</i>			<i>q</i>		<i>p</i>	
<i>b</i>			<i>b</i>		<i>d</i>	
<i>r</i>			<i>r</i>	<i>r</i>		<i>r</i>
<i>c</i>		<i>a</i>		<i>q</i>		<i>p</i>



Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

Variante 1:

$$(a+c+m+n) \cdot (l+2r) = al+2ar+cl+2cr+lm+2mr+ln+2nr$$



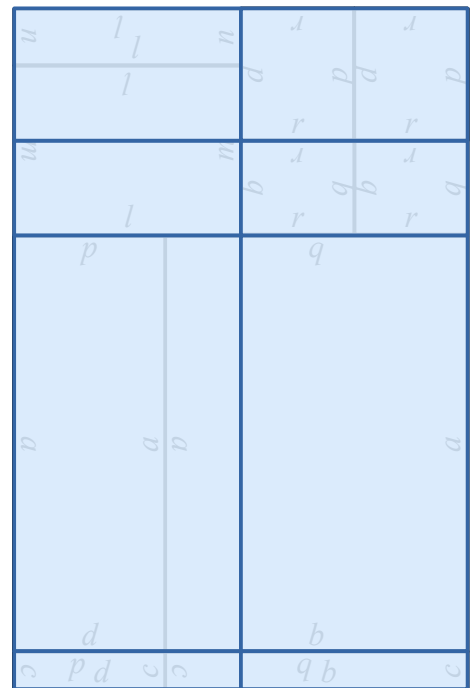
Variante 3:

$$(a+c+p+q) \cdot (b+d) = ab+ad+bc+cd+bp+dp+bq+dq$$



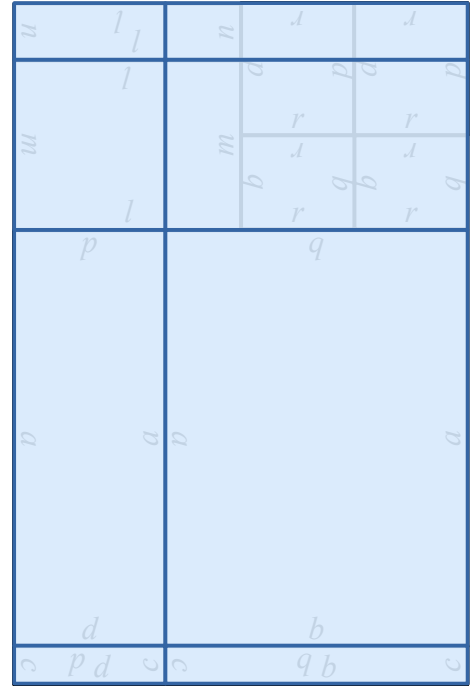
Variante 2:

$$(l+2r) \cdot (a+c+p+q) = al+cl+lp+lq+2ar+2cr+2pr+2qr$$



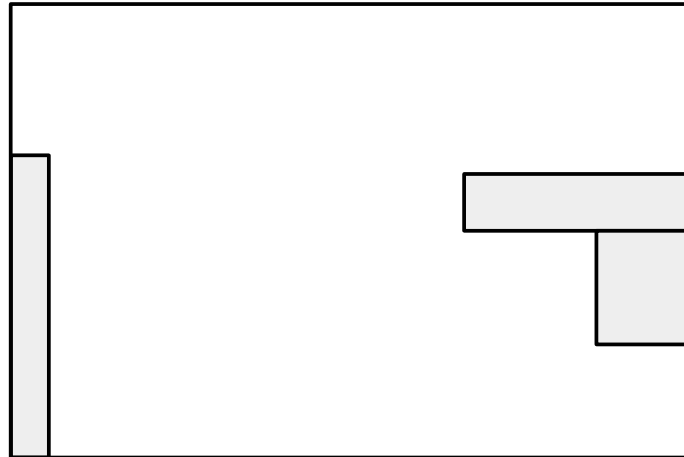
Variante 4: (= Aufgabe 5, Variante 4)

$$(b+d) \cdot (a+c+n+m) = ab+bc+bn+bm+ad+cd+dn+dm$$



Aufgabe 8

Vorgabe:



Puzzle:

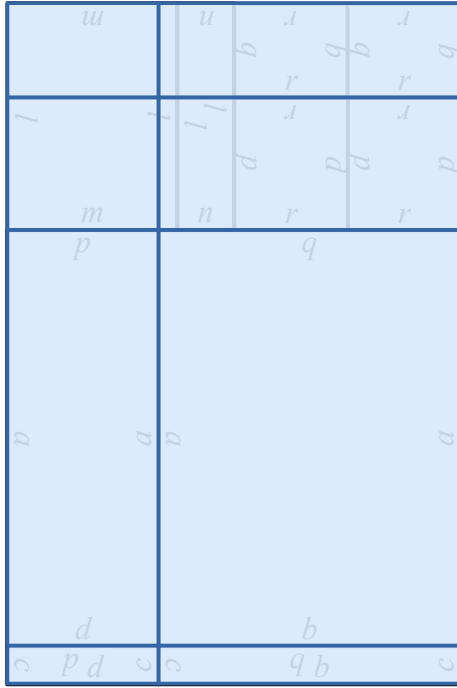
<i>v</i>		<i>v</i>		<i>l</i>	
<i>p d</i>	<i>p</i>		<i>d</i>	<i>w</i>	<i>m</i>
<i>c</i>		<i>a</i>		<i>l</i>	
<i>v</i>		<i>v</i>		<i>u</i>	<i>l l n</i>
<i>q b</i>	<i>q</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
				<i>r r r</i>	<i>r</i>
				<i>p</i>	<i>q</i>
				<i>d</i>	<i>b</i>
				<i>r r r</i>	<i>r</i>
<i>c</i>		<i>a</i>		<i>p</i>	<i>q</i>



Terme und Produkte mit entsprechenden Aufteilungen des Rechtecks:

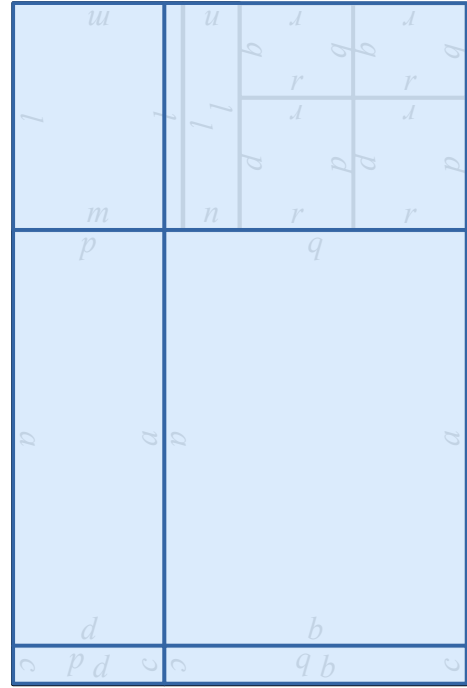
Variante 3: (= Aufgabe 7, Variante 3)

$$(a+c+p+q) \cdot (b+d) = ab+ad+bc+cd+bp+dp+bq+dq$$



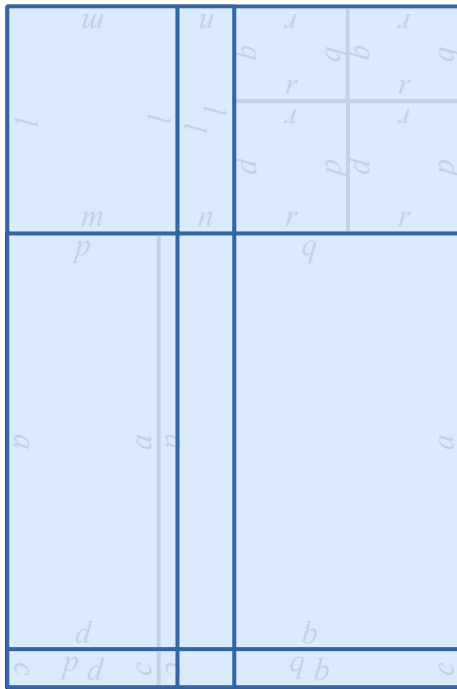
Variante 4: (= Aufgabe 6, Variante 4)

$$(b+d) \cdot (a+c+l) = ab+bc+bl+ad+cd+dl$$



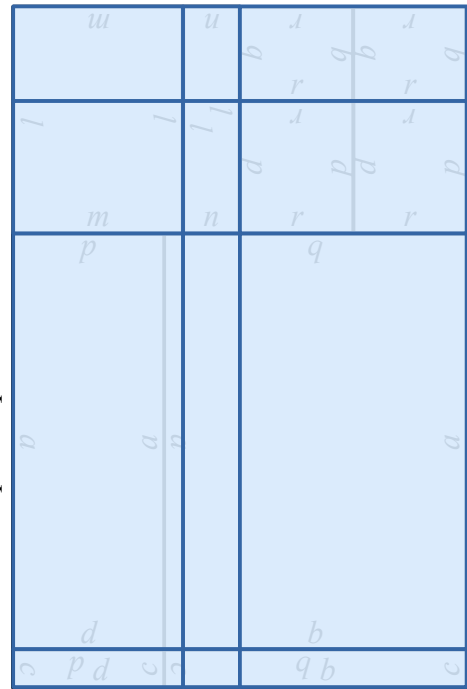
Variante 1:

$$(a+c+l) \cdot (m+n+2r) = am+an+2ar+cm+cn+2cr+lm+ln+2lr$$



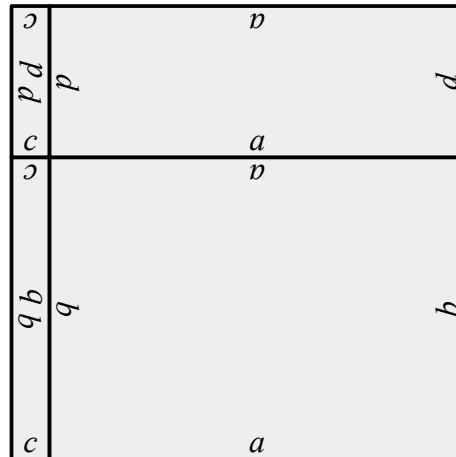
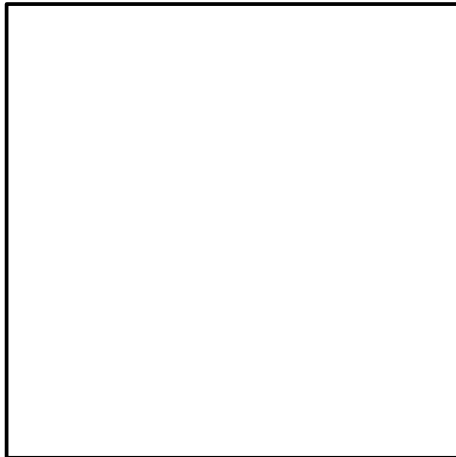
Variante 2:

$$(m+n+2r) \cdot (a+c+p+q) = am+cm+mp+mq+an+cn+np+nq+2ar+2cr+2pr+2qr$$



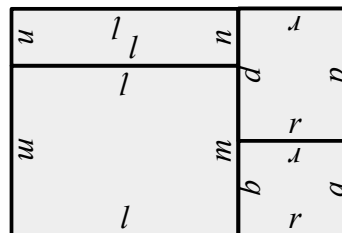
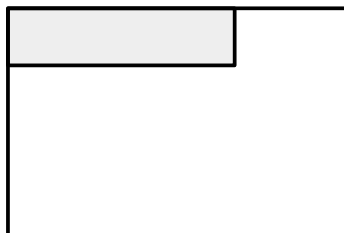
Aufgaben nur mit einem Teilpuzzle

Aufgabe 1:



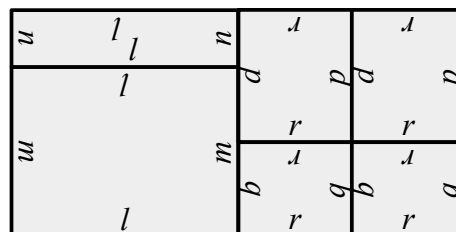
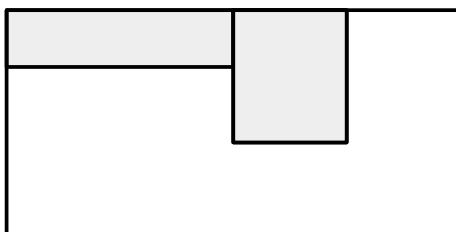
$$(a+c) \cdot (b+d) = ab + ad + bc + cd$$

Aufgabe 2:



$$(l+r) \cdot (p+q) = lp + lq + pr + qr \quad \vee \quad (l+r) \cdot (n+m) = ln + lm + nr + mr$$

Aufgabe 3:

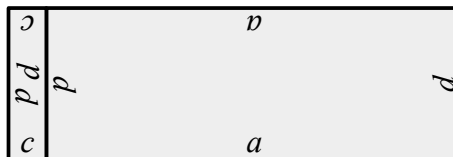


$$(l+2r) \cdot (p+q) = lp + lq + 2pr + 2qr \quad \vee \quad (l+2r) \cdot (n+m) = ln + lm + 2nr + 2mr$$



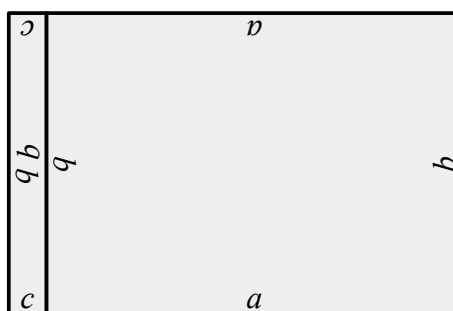
Produkt aus Variable und Summe

Aufgabe 1:



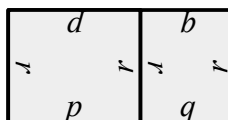
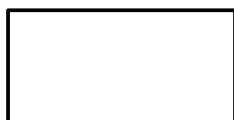
$$d \cdot (a+c) = ad + cd$$

Aufgabe 2:



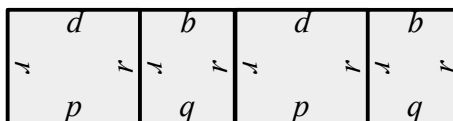
$$b \cdot (a+c) = ab + bc$$

Aufgabe 3:



$$r \cdot (p+q) = pr + qr$$

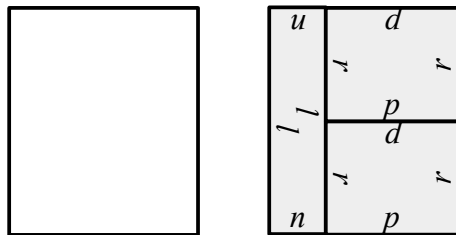
Aufgabe 4:



$$r \cdot (2p+2q) = 2pr + 2qr$$

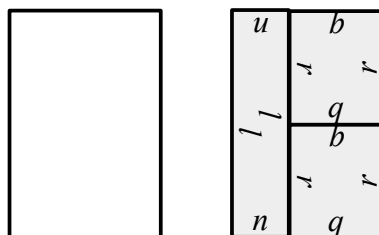


Aufgabe 5:



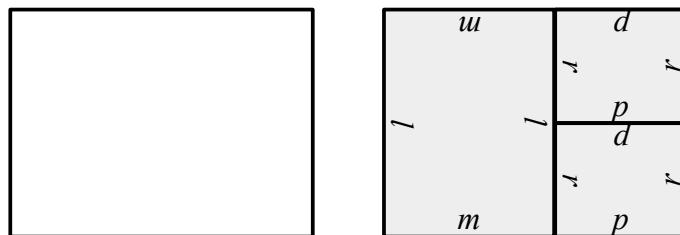
$$l \cdot (n+p) = ln + lp \quad \vee \quad 2r \cdot (n+p) = 2nr + 2pr$$

Aufgabe 6:



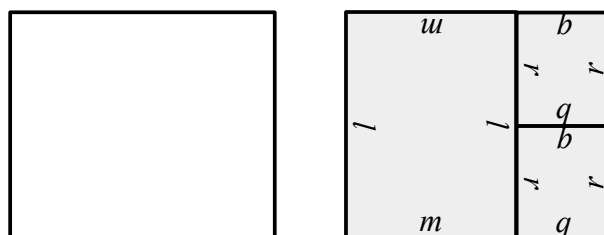
$$l \cdot (n+q) = ln + lq \quad \vee \quad 2r \cdot (n+q) = 2nr + 2qr$$

Aufgabe 7:



$$l \cdot (m+p) = lm + lp \quad \vee \quad 2r \cdot (m+p) = 2mr + 2pr$$

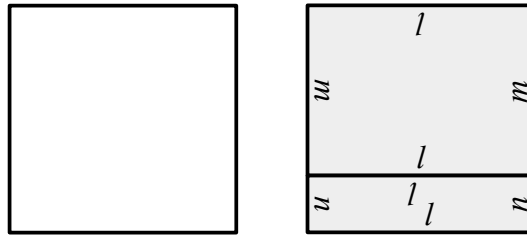
Aufgabe 8:



$$l \cdot (m+q) = lm + lq \quad \vee \quad 2r \cdot (m+q) = 2mr + 2qr$$

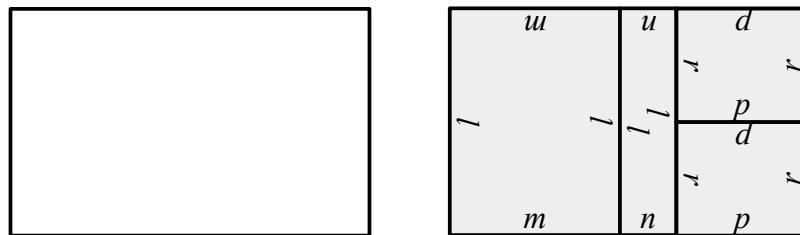


Aufgabe 9:



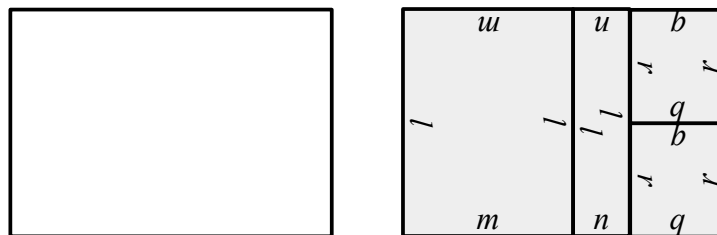
$$l \cdot (n+m) = l n + l m$$

Aufgabe 10:



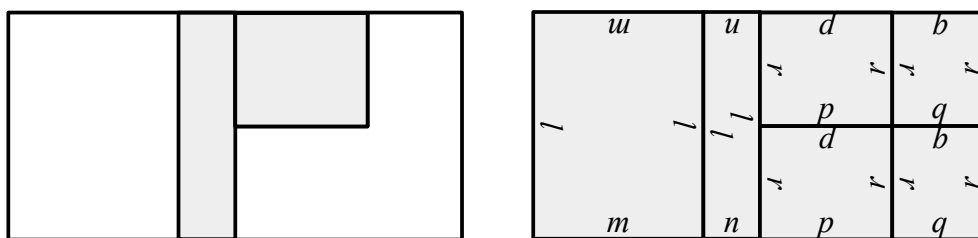
$$l \cdot (m+n+p) = l m + l n + l p \quad \vee \quad 2r \cdot (m+n+p) = 2mr + 2nr + 2pr$$

Aufgabe 11:



$$l \cdot (m+n+q) = l m + l n + l q \quad \vee \quad 2r \cdot (m+n+q) = 2mr + 2nr + 2qr$$

Aufgabe 12:

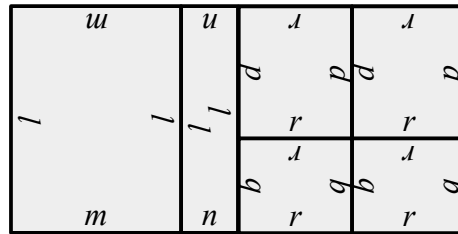
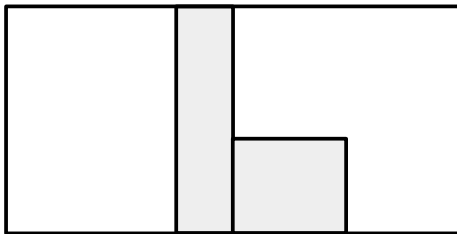


$$l \cdot (m+n+p+q) = l m + l n + l p + l q \quad \vee \quad 2r \cdot (m+n+p+q) = 2mr + 2nr + 2pr + 2qr$$



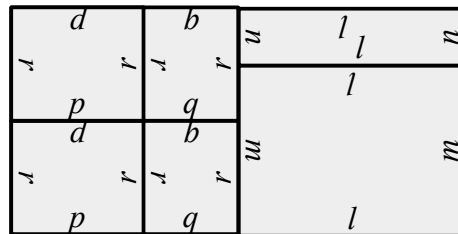
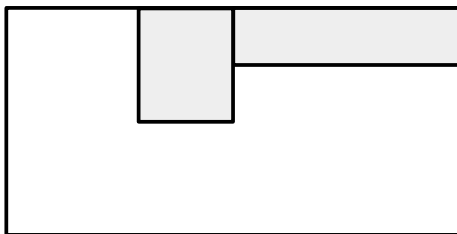
Variablen und Summen als Faktoren

Aufgabe 1:



$$l \cdot (m+n+2r) = lm + ln + 2lr \quad \vee \quad (p+q) \cdot (m+n+2r) = mp + np + 2pr + mq + nq + 2qr$$

Aufgabe 2:



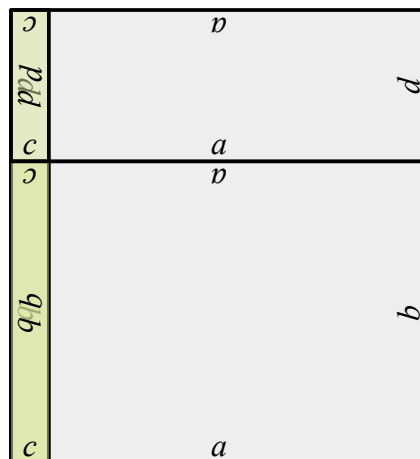
$$2r \cdot (l+p+q) = 2lr + 2pr + 2qr \quad \vee \quad (m+n) \cdot (l+p+q) = lm + mp + mq + ln + np + nq$$



Differenzen als Faktoren

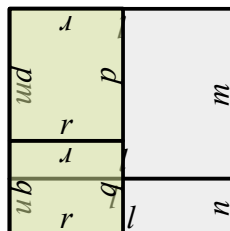
Es werden Terme gesucht mit denen sich die Flächeninhalte der grauen Flächen berechnen lassen.

Aufgabe 1:



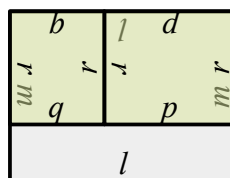
$$(a-c) \cdot (b+d) = ab + ad - cb - cd$$

Aufgabe 2:



$$(l-r) \cdot (n+m) = ln + lm - nr - mr \quad \vee \quad (l-r) \cdot (p+q) = lp + lq - pr - rq$$

Aufgabe 3:



$$(p+q) \cdot (m-r) = mp - pr + mq - qr$$

$$\vee$$

$$(m-r) \cdot l = lm - lr$$



Aufgabe 4:

up	l	v		
l	a	n		d
u	l	n		
p	d	p		b
r	r	r		
b	q	q		
r	r	a		

$$(a-2r) \cdot (b+d) = ab+ad-2br-2dr$$

∨

$$(a-2r) \cdot (m+n+p+q) = am+an+ap+aq-2mr-2nr-2pr-2qr$$

Aufgabe 5:

c	l	q	b	c	c	l	p	d	c
b	q	b	q	u					m
r	r	r	r						
l	p	d	p					l	
d	r	r	r	u				l	n

$$(b+d) \cdot (n+m-c) = bn+bm-bc+dn+dm-cd$$

∨

$$(n+m-c) \cdot (2r+l) = 2nr+ln+2mr+lm-2cr-lc$$

∨

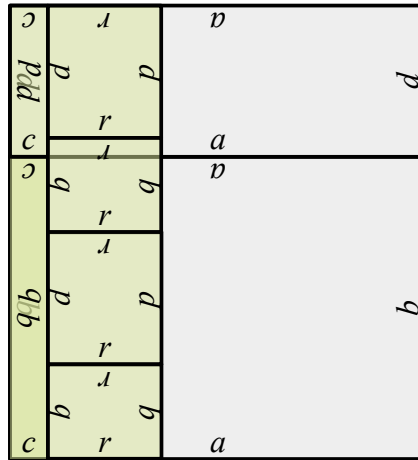
$$(2r+l) \cdot (p+q-c) = 2pr+2qr-2crl+lp+lq-cl$$

∨

$$(p+q-c) \cdot (b+d) = bp+dp+bq+dq-bc-cd$$



Aufgabe 6:

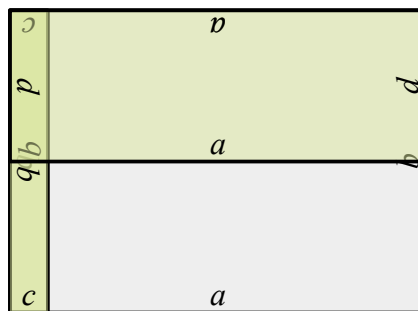


$$(a-r-c) \cdot (b+d) = ab+ad-br-dr-bc-cd$$

$$\vee$$

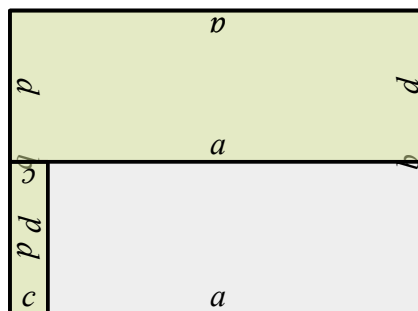
$$(a-r-c) \cdot (2p+2q) = 2ap+2aq-2pr-2qr-2cp-2cq$$

Aufgabe 7:



$$(a-c) \cdot (b-d) = ab-ad-bc+cd$$

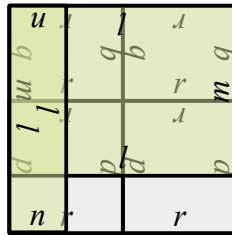
Aufgabe 8:



$$d \cdot (a-c) = ad-cd \vee (a-c) \cdot (b-d) = ab-ad-cb+cd$$



Aufgabe 9:

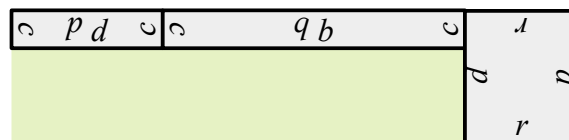


$$\begin{aligned}
 (2r-n) \cdot (p+q-m) &= 2pr + 2qr - 2mr - np - nq + nm \\
 &\quad \downarrow \\
 (2r-n) \cdot (l-m) &= 2lr - 2mr - ln + nm \\
 &\quad \downarrow \\
 (l-n) \cdot (p+q-m) &= lp + lq - lm - np - nq + mn \\
 &\quad \downarrow \\
 (l-m) \cdot (l-m) &= ll - lm - ml + mm
 \end{aligned}$$

Die letzte Gleichung ist ein Ausblick auf die binomischen Formeln.

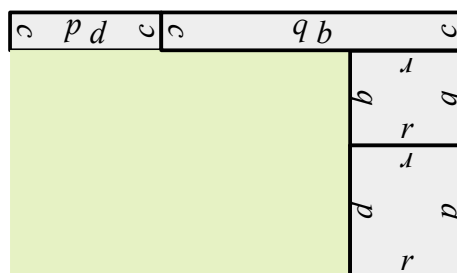
In den folgenden Aufgaben werden Terme gesucht, mit denen sich der Flächeninhalt der grünen Flächen berechnen lassen.

Aufgabe 10:



$$(b+d) \cdot (p-c) = bp - bc + dp - cd$$

Aufgabe 11:



$$(p+q) \cdot (b+d-r) = bp + d p - pr + bq + d q - qr$$

