

Erweitern und Kürzen

Erweitern

Faktor	2	3	4	
$i =$	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{4}{6}$	=
	$\frac{z}{n}$	=	$\frac{2z}{2n}$	=
		=	$\frac{3z}{3n}$	=
		=	$\frac{4z}{4n}$	=
				...

Wird Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multipliziert, so wird der Vorgang als **Erweitern** bezeichnet. Der Wert des Bruchs wird dadurch nicht verändert.

Kürzen

Divisor	2	3	4	
$i =$	$\frac{12}{36}$	=	$\frac{6}{18}$	=
	$\frac{z}{n}$	=	$\frac{z \div 2}{n \div 2}$	=
		=	$\frac{z \div 3}{n \div 3}$	=
		=	$\frac{z \div 4}{n \div 4}$	=
				...

Wird Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl ($\neq 0$) geteilt, so wird der Vorgang als **Kürzen** bezeichnet. Der Wert des Bruchs wird dadurch nicht verändert.

Bemerkungen

Wird beim Kürzen darauf geachtet, dass alle Zahlen ganz ($\in \mathbb{Z}$) sind (auch die, mit welcher gekürzt wird), dann lässt sich ein Bruch irgendwann nicht weiter kürzen.

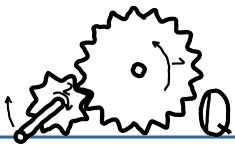
Brüche, die sich nicht weiter kürzen lassen werden **vollständig gekürzt** genannt.

Vollständig kürzen

Beispiel: $\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$ lässt sich nicht weiter kürzen und ist damit vollständig gekürzt.

Wie lässt sich die Kürzungszahl 12 systematisch finden, so dass der gekürzte Bruch vollständig gekürzt ist.





ganzrationale Zahlen

Bei genauer Betrachtung ist festzustellen, dass 12 die größte Zahl ist, die sowohl 24, als auch 36 teilt. Diese Zahl wird als ggT (**g**rößter **g**emeinsamer **T**eiler) von 24 und 36 bezeichnet.

ggT Bestimmen

$$\begin{array}{l}
 40 \div 28 = 1 \text{ Rest } 12 \Rightarrow 40 = 1 \cdot 28 + 12 = 7 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 10 \cdot 4 \\
 28 \div 12 = 2 \text{ Rest } 4 \Rightarrow 28 = 2 \cdot 12 + 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4 + 4 = 6 \cdot 4 + 4 = 7 \cdot 4 \\
 12 \div 4 = 3 \text{ Rest } 0 \Rightarrow 12 = 3 \cdot 4
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{ggT}(40, 28) = 4$$

Der ggT wurde mit dem euklidischen Algorithmus bestimmt.

Bei der Berechnung des ggT mit dem euklidischen Algorithmus reicht es die Zahlen der blauen Spalten zu notieren:

		Rest
40	28	12
28	12	4
12	4	0

← Rest = 0

= ggT(40, 28)

Rest mit dem Taschenrechner Bestimmen:

Schritt 1:

So oft geht die 12 in die 28

Schritt 2:

Rest bei der Division von 28 durch 12

