

Aufgaben zu Äquivalenzumformungen (1)

Lösungen

Aufgabe 1

a)

$$\begin{array}{lcl} \frac{1}{2}x & = & 2 \quad | \cdot 2 \\ x & = & 4 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{lcl} -2x-3 & = & 1 \quad | +3 \\ -2x & = & 4 \quad | \div (-2) \\ x & = & -2 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{lcl} x-\frac{4}{3} & = & \frac{14}{3} \quad | \cdot 3 \\ 3x-4 & = & 14 \quad | +4 \\ 3x & = & 18 \quad | \div 3 \\ x & = & 6 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{lcl} 5x-\frac{5}{3} & = & 0 \quad | \cdot 3 \\ 15x-5 & = & 0 \quad | +5 \\ 15x & = & 5 \quad | \div 15 \\ x & = & \frac{1}{3} \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{lcl} \frac{14}{3}x-\frac{7}{2} & = & 0 \quad | \cdot 6 \\ 28x-21 & = & 0 \quad | +21 \\ 28x & = & 21 \quad | \div 28 \\ x & = & \frac{3}{4} \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{lcl} x & = & -3x-1 \quad | +3x \\ 4x & = & -1 \quad | \div 4 \\ x & = & -\frac{1}{4} \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{lcl} -\frac{3}{2}x+\frac{9}{4} & = & -x-\frac{5}{4} \quad | \cdot 4 \\ -6x+9 & = & -4x-5 \quad | -9 \\ -6x & = & -4x-14 \quad | +4x \\ -2x & = & -14 \quad | \div (-2) \\ x & = & 7 \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{lcl} 3x+2 & = & 3x+3 \quad | -3x \\ 2 & = & 3 \quad \swarrow \\ \Rightarrow & \text{Es gibt keine Lösung} & \end{array}$$

Aufgabe 2

a)

$$\begin{array}{lcl} 3(-5-8x)-3(-5x+1) & = & -2(5x-8) \quad | \text{ Klammern auflösen} \\ -15-24x+15x-3 & = & -10x+16 \quad | \text{ zusammenfassen} \\ -9x-18 & = & -10x+16 \quad | +10x+18 \\ x & = & 34 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{lcl} 4(3x-3)-3(6x-8) & \equiv & (-2-5x)+3(8+2x) \quad | \text{ Klammern auflösen} \\ 12x-12-18x+24 & = & 2+5x+24+6x \quad | \text{ zusammenfassen} \\ -6x+12 & = & 11x+26 \quad | -11x-12 \\ -17x & = & 14 \quad | \div (-17) \\ x & = & -\frac{14}{17} \end{array}$$



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

2019 Henrik Horstmann

c)

$$\begin{array}{rcll}
 -3(1+9x)-3(-6-10x) & = & -2(-9x-2)+2\left(-\frac{17x}{2}+1\right) & | \text{ Klammern auflösen} \\
 -3-27x+18+30x & = & 18x+4-17x+2 & | \text{ zusammenfassen} \\
 3x+15 & = & x+6 & | -x-15 \\
 2x & = & -9 & | \div 2 \\
 x & = & -\frac{9}{2} &
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rcll}
 -\left(-\frac{1x}{2}-2\right) & = & -\frac{5}{2}(7x+8)+4\left(-\frac{3}{2}+8x\right) & | \text{ Klammern auflösen} \\
 \frac{1x}{2}+2 & = & -\frac{35x}{2}-20-6+32x & | \text{ zusammenfassen} \\
 \frac{1}{2}x+2 & = & \frac{29}{2}x-26 & | -\frac{29}{2}x-2 \\
 -14x & = & -28 & | \div(-14) \\
 x & = & 2 &
 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{rcll}
 -3-6x & \equiv & [-3+(-2-2x)] & | \text{ innere Klammern auflösen} \\
 -3-6x & \equiv & [-3-2-2x] & | \text{ Klammern auflösen} \\
 -3-6x & = & 3+2+2x & | \text{ zusammenfassen} \\
 -6x-3 & = & 2x+5 & | -2x+3 \\
 -8x & = & 8 & | \div(-8) \\
 x & = & -1 &
 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{rcll}
 -5[-4(-6-3x)-2]+3(-3-x) & = & -2[5-4(-7x+3)] & | \text{ innere Klammern auflösen} \\
 -5[24+12x-2]-9-3x & = & -2[5+28x-12] & | \text{ Klammern auflösen} \\
 -120-60x+10-9-3x & = & -10-56x+24 & | \text{ zusammenfassen} \\
 -63x-119 & = & -56x+14 & | +56x+119 \\
 -7x & = & 133 & | \div(-7) \\
 x & = & -19 &
 \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{rcll}
 2(-3-5x) & = & 3[5x-3(-7x-3)] & | \text{ innere Klammern auflösen} \\
 -6-10x & = & 3[5x+21x+9] & | \text{ Klammern auflösen} \\
 -6-10x & = & 15x+63x+27 & | \text{ zusammenfassen} \\
 -10x-6 & = & 78x+27 & | -78x+6 \\
 -88x & = & 33 & | \div(-88) \\
 x & = & -\frac{3}{8} &
 \end{array}$$



$$\begin{array}{lcl}
 \text{h)} & -(-2x+9) & = -5(-x+7)+2[-5(-4+3x)-4] & | \text{ innere Klammern auflösen} \\
 & 2x-9 & = 5x-35+2[20-15x-4] & | \text{ Klammern auflösen} \\
 & 2x-9 & = 5x-35+40-30x-8 & | \text{ zusammenfassen} \\
 & 2x-9 & = -25x-3 & | +25x+9 \\
 & 27x & = 6 & | \div 27 \\
 & x & = \frac{2}{9}
 \end{array}$$

Aufgabe 3

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a)} & \frac{7}{x}+5 & = -\frac{8}{x} & | \cdot x \\
 & 7+5x & = -8 & | -7 \\
 & 5x & = -15 & | \div 5 \\
 & x & = -3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b)} & \frac{3}{x}+6 & = -\frac{9}{x}-\frac{6}{x} & | \cdot x \\
 & 3+6x & = -9-6 & | \text{ zusammenfassen} \\
 & 3+6x & = -15 & | -3 \\
 & 6x & = -18 & | \div 6 \\
 & x & = -3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{c)} & \frac{5-4x}{2} & = -6x & | \cdot 2 \\
 & 5-4x & = -12x & | +12x-5 \\
 & 8x & = -5 & | \div 8 \\
 & x & = -\frac{5}{8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{d)} & x & = \frac{1-2x}{2}-7x & | \cdot 2 \\
 & 2x & = 1-2x-14x & | \text{ zusammenfassen} \\
 & 2x & = -16x+1 & | +16x \\
 & 18x & = 1 & | \div 18 \\
 & x & = \frac{1}{18}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{e)} & -\frac{6-3x}{3} & = -\frac{2x+1}{2} & | \cdot 6 \\
 & -12+6x & = -6x-3 & | +6x+12 \\
 & 12x & = 9 & | \div 12 \\
 & x & = \frac{3}{4}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{f)} & 10x-\frac{3+x}{2} & = \frac{6x+1}{2}+\frac{8-10x}{4} & | \cdot 4 \\
 & 40x-6-2x & = 12x+2+8-10x & | \text{ zusammenfassen} \\
 & 38x-6 & = 2x+10 & | -2x+6 \\
 & 36x & = 16 & | \div 36 \\
 & x & = \frac{4}{9}
 \end{array}$$



Aufgabe 4

a)

$$\begin{aligned}
 \frac{2x}{x-2} - \frac{x-7}{x-6} - \frac{x+2}{x-3} &= 0 & | \cdot (x-2)(x-6)(x-3) \\
 2x(x-3)(x-6) - (x-7)(x-2)(x-3) - (x+2)(x-2)(x-6) &= 0 \\
 2(x^2-3x)(x-6) - (x^2-9x+14)(x-3) - (x^2-4)(x-6) &= 0 \\
 2(x^3-9x^2+18x) - (x^3-12x^2+41x-42) - (x^3-6x^2-4x+24) &= 0 \\
 2x^3-18x^2+36x-x^3+12x^2-41x+42-x^3+6x^2+4x-24 &= 0 & | \text{ zusammenfassen} \\
 -x+18 &= 0 & | -18 \\
 -x &= -18 & | \div (-1) \\
 x &= 18
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \frac{2(x+3)}{x+1} - \frac{x+5}{x-4} &= \frac{x-5}{x} & | \cdot (x+1)(x-4)x \\
 2(x+3)x(x-4) - (x+5)(x+1)x &= (x-5)(x+1)(x-4) \\
 2(x^2+3x)(x-4) - (x^2+6x+5)x &= (x^2-4x-5)(x-4) \\
 2(x^3-x^2-12x) - (x^3+6x^2+5x) &= x^3-8x^2+11x+20 \\
 2x^3-2x^2-24x-x^3-6x^2-5x &= x^3-8x^2+11x+20 & | \text{ zusammenfassen} \\
 x^3-8x^2-29x &= x^3-8x^2+11x+20 & | + -x^3+8x^2-11x \\
 -40x &= 20 & | \div (-40) \\
 x &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 \frac{4x+20}{x+8} - \frac{10x-30}{x^2+16x+64} &= \frac{4x+24}{x+8} & | \text{ ausklammern} \\
 \frac{4x+20}{x+8} - \frac{10x-30}{(x+8)(x+8)} &= \frac{4x+24}{x+8} & | \cdot (x+8)(x+8) \\
 (4x+20)(x+8) - (10x-30) &= (4x+24)(x+8) \\
 -10x+30+4x^2+52x+160 &= 4x^2+56x+192 & | \text{ zusammenfassen} \\
 4x^2+42x+190 &= 4x^2+56x+192 & | -4x^2-56x-190 \\
 -14x &= 2 & | \div (-14) \\
 x &= -\frac{1}{7}
 \end{aligned}$$



$$\begin{array}{lcl}
 \frac{8x-8}{x^2+6x} + \frac{8}{x^2-36} & = & \frac{8}{x} \quad | \text{ ausklammern} \\
 \frac{8x-8}{x(x+6)} + \frac{8}{(x-6)(x+6)} & = & \frac{8}{x} \quad | \cdot x(x-6)(x+6) \\
 \text{d) } (8x-8)(x-6)+8x & = & 8(x-6)(x+6) \\
 8x^2-56x+48+8x & = & 8x^2-288 \quad | \text{ zusammenfassen} \\
 8x^2-48x+48 & = & 8x^2-288 \quad | -8x^2-48 \\
 -48x & = & -336 \quad | \div (-48) \\
 x & = & 7
 \end{array}$$

