Schaubilder linearer Gleichungen

Voraussetzung

$$y = m \cdot x \;;\quad m \in \mathbb{R}$$

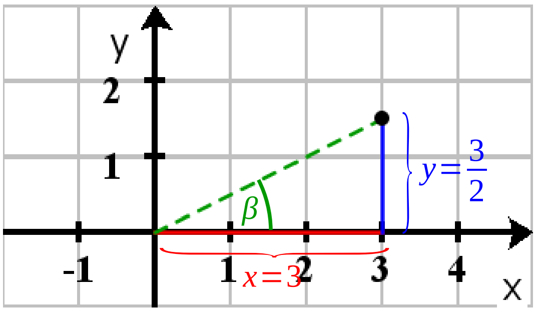
ist eine lineare Gleichung.

Beispiel: $m = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; y = \frac{1}{2} \cdot x$

Ist das Schaubild eine Gerade?

$$m = \frac{1}{2} \;\wedge\; x = 3 \;\Rightarrow\; y = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$$

Betrachte $P = \left(3 \middle| \frac{3}{2}\right)$ im Schaubild:



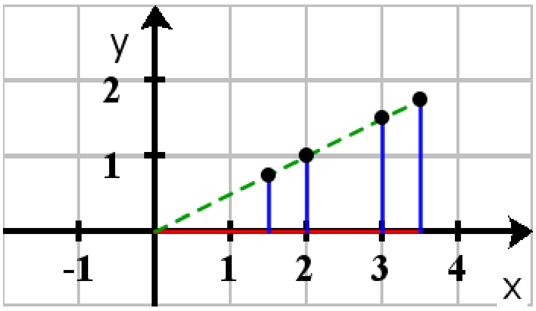
$$\tan(\beta) = \frac{y}{x} \;\Rightarrow\; \beta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$x = 3 \;\wedge\; y = \frac{3}{2} \;\Rightarrow\; \beta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{2}}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

Allgemein:

$$\beta = \tan^{-1} = \left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{m \cdot x}{x}\right) = \tan^{-1}(m)$$

Das bedeutet, für jeden Punkt $P=(x|y)$ mit $y=m\cdot x$ gilt: Im Dreieck OPQ mit $O=(0|0)$, $P=(x|m\cdot x)$ und $Q=(x|0)$ ist der Winkel $\beta=\tan^{-1}(m)$ (im Beispiel: $\beta=\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$).



Damit liegen alle Hypotenusen auf einer Gerade und damit auch alle Punkte $P=(x|m\cdot x)$.

Schlussfolgerung

Das Schaubild einer linearen Gleichung ist eine Gerade.

Die Steigung

Wie steil eine Gerade ist, hängt von m ab. Deshalb wird m als **Steigung** der Geraden bezeichnet.