Lösungsvorschläge

Nullstellen berechnen

a)

Setze $f(x)=0$:

$$\begin{aligned} -2x^2+18 &= 0 \quad \big| -18 \\ -2x^2 &= -18 \quad \big| \div(-2) \\ x^2 &= 9 \quad \big| \sqrt{\ } \\ x_{1,\ 2} &= \pm\sqrt{9} \\ \\ x_1 &= 3 \\ x_2 &= -3 \end{aligned}$$

$\Rightarrow N_1(3 \mid 0),\quad N_2(-3 \mid 0)$

b)

Setze $f(x)=0$:

$$\begin{aligned} 2x^2+10x &= 0 \\ x(2x+10) &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow\ x_1=0$ oder $2x+10=0$

$$\begin{aligned} 2x+10 &= 0 \quad \big| -10 \\ 2x &= -10 \quad \big| \div 2 \\ x_2 &= -5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow N_1(0 \mid 0),\quad N_2(-5 \mid 0)$

c)

Setze $f(x)=0$:

$$-3x^2-2x+5 = 0$$

Setze $a=-3,\ b=-2,\ c=5$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{(1,\ 2)} &= \frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-3)\cdot 5}}{2\cdot(-3)} \\ &= \frac{2\pm\sqrt{4+60}}{-6} \\ &= \frac{2\pm\sqrt{64}}{-6} \\ &= \frac{2\pm 8}{-6} \\ x_1 &= 1 \\ x_2 &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

$\Rightarrow N_1(1 \mid 0),\quad N_2\left(-\frac{5}{3} \;\middle|\; 0\right)$

d)

Setze $f(x)=0$:

$$-\frac{5}{3}x^2-\frac{15}{2}x=0 \quad | \cdot 6$$

$$\begin{aligned} -10x^2-45x &= 0 \\ x(-10x-45) &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $x_1=0$ oder $-10x-45=0$

$$\begin{aligned} -10x-45 &= 0 \quad |+45 \\ -10x &= 45 \quad |\div(-10) \\ x_2 &= -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_1(0 \mid 0), \quad N_2\left(-\frac{9}{2} \mid 0\right)$$

e)

Setze $f(x)=0$:

$$-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=0 \quad | \cdot 2$$

$$-x^2+3x+4 = 0$$

Setze $a=-1$, $b=3$, $c=4$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{(1,2)} &= \frac{-3\pm\sqrt{(3)^2-4\cdot(-1)\cdot 4}}{2\cdot(-1)} \\ &= \frac{-3\pm\sqrt{9+16}}{-2} \\ &= \frac{-3\pm\sqrt{25}}{-2} \\ &= \frac{-3\pm 5}{-2} \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_1(-1 \mid 0), \quad N_2(4 \mid 0)$$

f)

Setze $f(x)=0$:

$$\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{8}=0 \quad \Big| \cdot 8$$

$$\begin{aligned}
12x^2-3 &= 0 && |+3 \\
12x^2 &= 3 && |\div 12 \\
x^2 &= \frac{1}{4} && |\sqrt{} \\
x_{1,\ 2} &= \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \\
x_1 &= \frac{1}{2} \\
x_2 &= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_1\left(\frac{1}{2} \,\Big|\, 0\right), \quad N_2\left(-\frac{1}{2} \,\Big|\, 0\right)$$

g)

Setze $f(x)=0$:

$$x\left(-x^2+x\right) = 0$$

$\Rightarrow$ $x_1=0$ oder $-x^2+x=0$

$$\begin{aligned}
-x^2+x &= 0 \\
x(-x+1) &= 0
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $x_2=0$ oder $-x+1=0$

$$\begin{aligned}
-x+1 &= 0 && |-1 \\
-x &= -1 && |\div(-1) \\
x_3 &= 1
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_{1,\ 2}(0 \mid 0), \quad N_3(1 \mid 0)$$

h)

Setze $f(x)=0$:

$$\left(x^2-5x-6\right)(x-2) = 0$$

$\Rightarrow\ x^2-5x-6=0$ oder $x-2=0$

$$x^2-5x-6 = 0$$

Setze $a=1,\ b=-5,\ c=-6$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot(-6)}}{2\cdot1} \\ &= \frac{5\pm\sqrt{25+24}}{2} \\ &= \frac{5\pm\sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{5\pm7}{2} \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \quad | +2 \\ x_3 &= 2 \end{aligned}$$

$\Rightarrow N_1(-1\mid0),\quad N_2(6\mid0),\quad N_3(2\mid0)$

i)

Setze $f(x)=0$:

$$(x+1)\left(\frac{1}{7}x^2+\frac{6}{7}x+\frac{5}{7}\right) = 0$$

$\Rightarrow\ x+1=0$ oder $\frac{1}{7}x^2+\frac{6}{7}x+\frac{5}{7}=0$

$$\begin{aligned} x+1 &= 0 \quad | -1 \\ x_1 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{7}x^2+\frac{6}{7}x+\frac{5}{7} &= 0 \quad | \cdot 7 \\ x^2+6x+5 &= 0 \end{aligned}$$

Setze $a=1,\ b=6,\ c=5$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{2,3} &= \frac{-6\pm\sqrt{(6)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1} \\ &= \frac{-6\pm\sqrt{36-20}}{2} \\ &= \frac{-6\pm\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-6\pm4}{2} \\ x_2 &= -1 \\ x_3 &= -5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow N_1(-1\mid0),\quad N_2(-1\mid0),\quad N_3(-5\mid0)$

j) Setze $f(x)=0$:

$$\left(-\frac{2}{3}x^2-3x\right)\left(x^2+\frac{15}{2}x-4\right) = 0$$

$\Rightarrow\ -\frac{2}{3}x^2-3x=0$ oder $x^2+\frac{15}{2}x-4=0$

$$\begin{aligned} -\frac{2}{3}x^2-3x &= 0 \quad | \cdot 3 \\ -2x^2-9x &= 0 \\ x(-2x-9) &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow\ x_1=0$ oder $-2x-9=0$

$$\begin{aligned} -2x-9 &= 0 \quad |+9 \\ -2x &= 9 \quad |\div(-2) \\ x_2 &= -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2+\frac{15}{2}x-4 &= 0 \quad | \cdot 2 \\ 2x^2+15x-8 &= 0 \end{aligned}$$

Setze $a=2,\ b=15,\ c=-8$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-15\pm\sqrt{(15)^2-4\cdot 2\cdot(-8)}}{2\cdot 2} \\ &= \frac{-15\pm\sqrt{225+64}}{4} \\ &= \frac{-15\pm\sqrt{289}}{4} \\ &= \frac{-15\pm 17}{4} \\ x_3 &= -8 \\ x_4 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_1(0\mid 0),\quad N_2\left(-\frac{9}{2}\ \middle|\ 0\right),\quad N_3(-8\mid 0),\quad N_4\left(\frac{1}{2}\ \middle|\ 0\right)$$

Funktionsgleichungen zuordnen

$f_1 \rightarrow$ C

$f_2 \rightarrow$ D

$f_3 \rightarrow$ B

$f_4 \rightarrow$ E

$f_5 \rightarrow$ A

Nullstellen im Sport

a) Nullstellen von f berechnen:
Setze $f(x)=0$:

$$-x^2+16x-28 \quad = \quad 0$$
Setze $a=-1,\ b=16,\ c=-28$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= \frac{-16\pm\sqrt{(16)^2-4\cdot(-1)\cdot(-28)}}{2\cdot(-1)} \\
&= \frac{-16\pm\sqrt{256-112}}{-2} \\
&= \frac{-16\pm\sqrt{144}}{-2} \\
&= \frac{-16\pm 12}{-2} \\
x_1 &= 2 \\
x_2 &= 14
\end{aligned}$$

Nach einer Entfernung von $x_2-x_1=14-2=12$ m wird der Ball wieder auf den Boden treffen.

b) Bestimme die Nullstellen von f:
Setze $f(x)=0$:

$$-x^2+x+6 \quad = \quad 0$$
Setze $a=-1,\ b=1,\ c=6$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= \frac{-1\pm\sqrt{(1)^2-4\cdot(-1)\cdot 6}}{2\cdot(-1)} \\
&= \frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{-2} \\
&= \frac{-1\pm\sqrt{25}}{-2} \\
&= \frac{-1\pm 5}{-2} \\
x_1 &= -2 \\
x_2 &= 3
\end{aligned}$$

Abstand zwischen den Nullstellen: $x_2-x_1=3-(-2)=5$ m. Abstand zwischen der Abwurf- und Aufprallstelle: $5-1{,}5=3{,}5$ m.

c) Nullstellen von f berechnen:
Setze $f(x)=0$:

$$\begin{aligned}
-2x^2+17x &= 0 \\
x(-2x+17) &= 0
\end{aligned}$$
$\Rightarrow x_1=0$ oder $-2x+17=0$

$$\begin{aligned}
-2x+17 &= 0 \quad |-17 \\
-2x &= -17 \quad |\div(-2) \\
x_2 &= \frac{17}{2}
\end{aligned}$$

1. Der Ball wird nach 8,5 m wieder auf die Wasseroberfläche treffen, 0,5 m hinter dem

rechten Spieler.

2. Wenn im Funktionsterm die 17 durch 16 ersetzt wird, kann der rechte Spieler den Ball fangen.

Aussagen zu Funktionsgleichungen

a) Fall 1: $a < 0 \ \wedge \ b = 0 \ \wedge \ c > 0$
   Fall 2: $a > 0 \ \wedge \ b < 0 \ \wedge \ c = 0$

b) h hat eine Nullstelle bei $x = 0$. Wenn dies die einzige Nullstelle ist, dann darf $x^2 + c = 0$ keine Lösung haben. Dies ist genau dann der Fall, wenn $c > 0$ ist.

Funktionsgleichungen gesucht

Geben Sie jeweils eine Funktionsgleichung an, die zu den gegebenen Bedingungen passt.

a) Berechne die Nullstellen von h:

Setze $h(x) = 0$:

$$-\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3} = 0 \quad | \cdot 3$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 4 &= 0 && |-4 \\ -x^2 &= -4 && |\div(-1) \\ x^2 &= 4 && |\sqrt{\ } \\ x_{1,\ 2} &= \pm\sqrt{4} \\ \\ x_1 &= 2 \\ x_2 &= -2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_1(2 \mid 0), \quad N_2(-2 \mid 0)$$

f geht durch eine vertikale Verschiebung von h hervor und hat die Nullstellen $N(-1\,|\,0)$ und $N(3\,|\,0)$ $\Rightarrow$ $a = -1$

b) Bestimme die Nullstellen von f :

Setze $f(x)=0$:

$$(x-a)\left(-2x^2-\frac{3}{2}x\right)=0$$

$\Rightarrow$ $x-a=0$ oder $-2x^2-\frac{3}{2}x=0$

$$\begin{aligned} x-a &= 0 \quad |+a \\ x_1 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x^2-\frac{3}{2}x &= 0 \quad | \cdot 2 \\ -4x^2-3x &= 0 \\ x(-4x-3) &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $x_2=0$ oder $-4x-3=0$

$$\begin{aligned} -4x-3 &= 0 \quad |+3 \\ -4x &= 3 \quad |\div(-4) \\ x_3 &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_1(a \mid 0),\quad N_2(0 \mid 0),\quad N_3\left(-\frac{3}{4} \,\middle|\, 0\right)$$

Da K_f symmetrisch zum Ursprung ist, muss $a=\frac{3}{4}$ sein.