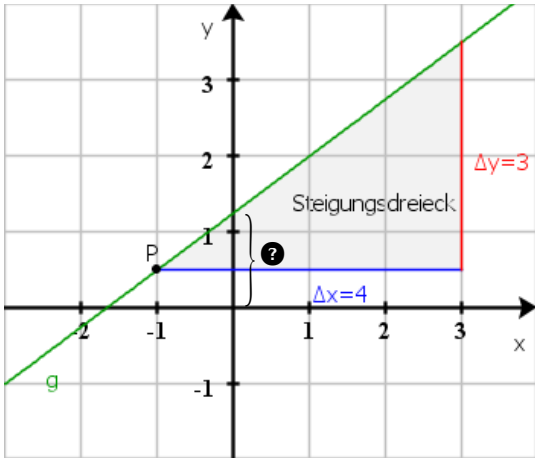
Lineare Gleichungen aus Punkt und Steigung

Bemerkung

P ist ein Punkt, der auf einer Geraden g liegt und g hat die Steigung m. Sind P und m gegeben, so ist g eindeutig bestimmt.

Ein Beispiel

$$P=\left(-1\left|\frac{1}{2}\right.\right) \wedge m=\frac{3}{4}=\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$$



Damit ergibt sich:

$$g\colon\ y=\frac{3}{4}x+❓$$

Berechnung von ❓

Es gilt $P\in g$ (P liegt auf g). Damit gilt:

$$\frac{1}{2}=\frac{3}{4}(-1)+❓$$

Jetzt wird die Gleichung nach ❓ aufgelöst:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} &= -\frac{3}{4}+❓ \quad \left|+\frac{3}{4}\right.\\ \frac{5}{4} &= ❓\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Gleichung für g: $g\colon\ y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2019 Henrik Horstmann

Allgemeine Überlegungen

$y=m\cdot x+b$ ist die allgemeine Gleichung einer Geraden.

Löse die Gleichung nach b auf:

$$\begin{array}{rcll} y & = & m\cdot x+b & \left|-b\right. \\ y-b & = & m\cdot x & \left|-y\right. \\ -b & = & m\cdot x-y & \left|\cdot(-1)\right. \\ b & = & y-m\cdot x & \end{array}$$

Mit dem gegebenen Punkt $P=(x_P|y_P)$ und der Steigung $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ kann nun b berechnet werden:

$$b=y_P-\frac{\Delta y}{\Delta x}\cdot x_P$$

in die allgemeine lineare Gleichung eingesetzt:

$$y=\frac{\Delta y}{\Delta x}\cdot x+y_P-\frac{\Delta y}{\Delta x}\cdot x_P$$

$$=\frac{\Delta y}{\Delta x}\cdot x-\frac{\Delta y}{\Delta x}\cdot x_P+y_P$$

nach dem Ausklammern von $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ergibt sich die

Punktsteigungungsform:

$$y=\frac{\Delta y}{\Delta x}(x-x_P)+y_P$$

Berechnung mit der Punktsteigungsform

In die Punktsteigungsform kann direkt eingesetzt werden:

$$P=\left(-1\left|\frac{1}{2}\right.\right)\ \wedge\ m=\frac{3}{4}\ \Rightarrow\ y=\frac{3}{4}(x-(-1))+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow\ g\colon\ y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2019 Henrik Horstmann