Lösungen zum Einsetzungsverfahren

Zuordnungstabelle

A → 4

B → 1

C → 6

D → 3

E → 2

F → 5

Lösungswege

A)

$$\begin{aligned} 6 &= 5x+2\boldsymbol{y} && \mid \text{Einsetzen} \\ 6 &= 5x+2(\boldsymbol{-2x+2}) \\ 6 &= 5x-4x+4 \\ 6 &= x+4 && \mid -4 \\ 2 &= x \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$y=-2\cdot 2+2=-4+2=-2$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(2|-2)\}$

B)

$$\begin{aligned} -2 &= 5x-5\boldsymbol{y} && \mid \text{Einsetzen} \\ -2 &= 5x-5(\boldsymbol{3x+2}) \\ -2 &= 5x-15x-10 \\ -2 &= -10x-10 && \mid +10 \\ 8 &= -10x && \mid \div(-10) \\ -\frac{4}{5} &= x \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$$y=3\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)+2=-\frac{12}{5}+\frac{10}{5}=-\frac{2}{5}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\left\{\left(-\frac{4}{5}\middle|-\frac{2}{5}\right)\right\}$

C)
$$\begin{aligned} 4 &= 8x+2y && \text{|Einsetzen} \\ 4 &= 8x+(-2x+4) \\ 4 &= 8x-2x+4 \\ 4 &= 6x+4 && |-4 \\ 0 &= 6x && |\div 6 \\ 0 &= x \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$2y=-2\cdot 0+4=4 \Rightarrow y=2$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(0|2)\}$

D)
$$\begin{aligned} \frac{1}{6} &= \frac{1}{2}x+\frac{1}{6}y && \text{|Einsetzen} \\ \frac{1}{6} &= \frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right) \\ \frac{1}{6} &= \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{3} && |\cdot 6 \quad \text{(=Hauptnenner)} \\ 1 &= 3x+3x-2 \\ 1 &= 6x-2 && |+2 \\ 3 &= 6x && |\div 6 \\ \frac{1}{2} &= x \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$\frac{1}{6}y=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{3}{12}-\frac{4}{12}=-\frac{1}{12} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\left\{\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{1}{2}\right)\right\}$

E) Vorüberlegung:

$$\begin{aligned} g: \quad 4y &= 12x && |\div 4 \\ \bar{g}: \quad y &= 3x \end{aligned}$$

Statt g wird $\bar{g}$ eingesetzt:

$$\begin{aligned} 0 &= 2x+5y && \text{|Einsetzen} \\ 0 &= 2x+5(3x) \\ 0 &= 2x+8x \\ 0 &= 10x && |\div 10 \\ 0 &= x \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung $\bar{g}$:

$y=3\cdot 0=0$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(0|0)\}$

F) Vorüberlegung:

$$g: \quad 9y = x+9 \quad |\div 9$$
$$\bar{g}: \quad y = \frac{1}{9}x+1$$

Statt g wird $\bar{g}$ eingesetzt:

$$\begin{aligned}
2 &= 2y+6x && |\text{Einsetzen} \\
2 &= 2\left(\frac{1}{9}x+1\right)+6x \\
2 &= \frac{2}{9}x+2+6x && |\cdot 9 \quad \text{(=Hauptnenner)} \\
18 &= 2x+18+54x \\
18 &= 56x+18 && |-18 \\
0 &= 56x && |\div 56 \\
0 &= x
\end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung $\bar{g}$:

$$y=\frac{1}{9}\cdot 0+1=1$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(0|1)\}$

Modellierungsaufgabe

1. Variablen festlegen:

x $\widehat{=}$ Länge der Strecke in Kilometer

y $\widehat{=}$ Preis für die erste Fahrt in €

2. Lineares Gleichungssystem aufstellen:

Preis für Fahrt 1: $g_1: \; y = 0{,}8x+20$

Gesamtkosten: $g_2: \; 132 = 1{,}2x+3y$

3. LGS mit dem Einsetzungsverfahren lösen:

$$\begin{aligned}
132 &= 1{,}2x+3y && |\text{Einsetzen} \\
132 &= 1{,}2x+3(0{,}8x+20) \\
132 &= 1{,}2x+2{,}4x+60 \\
132 &= 3{,}6x+60 && |-60 \\
72 &= 3{,}6x && |3{,}6 \\
20 &= x
\end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung g_1:

$$y = 0{,}8\cdot 20+20 = 16+20 = 36$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(20 \mid 36)\}$

4. Ergebnis:

Die Strecke ist 20 km lang und die ersten drei Fahrten kosten jeweils € 36,00.