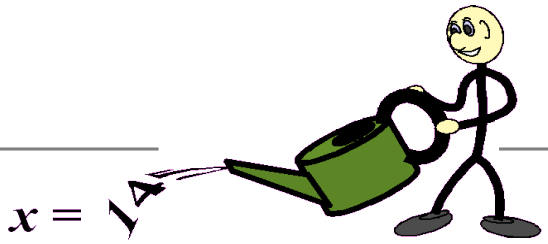

LGS: Lösungsmengen

Um was geht es?

Die Anzahl der Lösungen von linearen Gleichungssystemen mit 2 Variablen kann unterschiedlich sein. Dies soll anhand von Beispielen gezeigt werden.

1. Genau eine Lösung

Gegeben ist das LGS

$$\begin{aligned} g\colon\ y &= -2x+4 \\ h\colon\ y &= 2x \end{aligned}$$

Lösen des LGS mit dem Gleichsetzungsverfahren:

$$\begin{aligned} -2x+4 &= 2x \quad \vert +2x \\ 4 &= 4x \quad \vert \div 4 \\ 1 &= x \end{aligned}$$

$x=1$ in h einsetzen: $y=2\cdot 1=2$

Es gibt nur eine Lösung $\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(1\vert 2)\}$

2. Unendlich viele Lösungen

Gegeben ist das LGS

$$\begin{aligned} g\colon\ y &= -2x+4 \\ h\colon\ 12 &= 6x+3y \end{aligned}$$

Lösen des LGS mit dem Einsetzungsverfahren:

$$\begin{aligned} 12 &= 6x+3\boldsymbol{y} \quad \vert \text{Einsetzen} \\ 12 &= 6x+3\boldsymbol{(-2x+4)} \\ 12 &= 6x-6x+12 \\ 12 &= 12 \end{aligned}$$

das bedeutet, die Gleichung für jedes $x\in\mathbb{R}$ erfüllt ist. Es gibt somit unendlich viele Lösungen.

Für ein bestimmtes x muss $y=-2x+4$ sein (Gleichung g)

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(x\vert y)\ \vert\ x\in\mathbb{R}\ \wedge\ y=-2x+4\}$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2019 Henrik Horstmann

3. Keine Lösungen

Gegeben ist das LGS

$$\begin{aligned} g\colon\ 8 &= 4x+2y \\ h\colon\ 1 &= 2x+y \end{aligned}$$

Lösen des LGS mit dem Additionsverfahren:

$$\begin{array}{rcrcrl} 8 & = & 4x & + & 2y & \\ 1 & = & 2x & + & y & \left|\cdot(-2)\right. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrl} 8 & = & 4x & + & 2y & \\ +\ -2 & = & -4x & - & 2y & \\ = \quad 6 & = & 0 & & & \end{array}$$

die Gleichung ist nicht erfüllt, d.h. das LGS hat keine Lösung.

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\varnothing \quad (\varnothing=\{\ \})$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2019 Henrik Horstmann