Exponentialfunktionen: Die Basis und ihr Einfluss (2)

Wie ist die Lage?

K_f und K_h sind die Graphen der Funktionen $f(x)=b^x$ und $h(x)=a^x$, $x\in\mathbb{R}$ und $0<a<b<1$. Beschreiben Sie die Lage von K_f und K_h zueinander.

$a<b \Rightarrow K_f$ liegt für $0<x$ oberhalb von K_h

In welcher Beziehung stehen K_h und K_f?

Betrachten wir die Funktionen f_3 und h_9 mit $f_3(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ und $h_9(x)=\left(\frac{1}{9}\right)^x$

p ist eine Funktion und ihr Graph ist K_p. K_p entsteht, wenn K_{f_3} um den Faktor 2 in x-Richtung gestaucht wird. Geben Sie eine Funktionsgleichung von p an:

Lösung 1

$$p(x)=f(2x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}=\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^x=\left(\frac{1}{9}\right)^x=h_9(x)$$

$\Rightarrow$ wird K_{f_3} um den Faktor 2 gestaucht, so ensteht K_{h_9}

Angenommen, K_h entsteht durch stauchen von K_f um den Faktor n, dann muss folgende Bedingung gelten:

Lösung 2

$$h(x)=f(n\cdot x)$$

Zeigen Sie, dass diese Bedingung genau dann erfüllt ist, wenn $a=b^n$ ist:

Lösung 3

$$f(n\cdot x)=b^{n\cdot x}=\left(b^n\right)^x=a^x=h(x)$$

$$\Rightarrow a=b^n$$

Begründen Sie (z.B. mit Hilfe des Schaubilds zu h), dass ein solches n immer existiert:

Lösung 4

$$\left.\begin{array}{l} x\to-\infty\Rightarrow h(x)\to\infty \\ x\to\infty\Rightarrow h(x)\to 0 \end{array}\right\}\Rightarrow W_h=\mathbb{R}_+$$

Es ist $0<a<1$ und damit $a\in W_h$

K_h entsteht durch stauchen von K_f

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann