Ableitung e-Funktion

Eulersche Zahl

$$\mathrm{e}=\lim_{h\to\infty}\left(1+\frac{1}{h}\right)^{h}=\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$$

Ableitung vom Kosinus

Behauptung: $(\mathrm{e}^{x})'=\mathrm{e}^{x}$

Beweis:

$$(\mathrm{e}^{x})'=\lim_{h\to 0}\frac{\mathrm{e}^{x+h}-\mathrm{e}^{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\mathrm{e}^{x}\cdot\mathrm{e}^{h}-\mathrm{e}^{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\mathrm{e}^{x}\cdot\left(\mathrm{e}^{h}-1\right)}{h}=\mathrm{e}^{x}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{\mathrm{e}^{h}-1}{h}$$

$$=\mathrm{e}^{x}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{\left((1+h)^{\frac{1}{h}}\right)^{h}-1}{h}=\mathrm{e}^{x}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{(1+h)^{1}-1}{h}=\mathrm{e}^{x}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{1+h-1}{h}=\mathrm{e}^{x}\cdot\lim_{h\to 0}(1)=\mathrm{e}^{x}$$