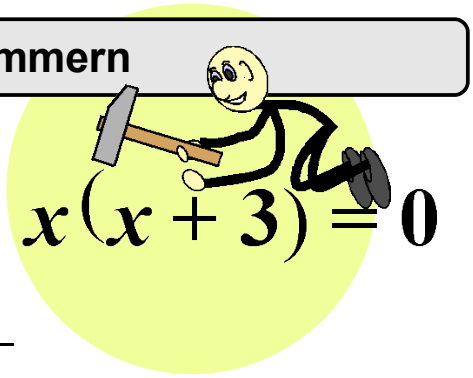
Quadratische Gleichung Lösen: Ausklammern



Gegeben ist die Gleichung: $-\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{8}x+1 = 1$

Gesucht sind **alle** x Werte, für die die Gleichung erfüllt ist (Lösungsmenge).

Die verflixten Brüche!

Um die Gleichung zu vereinfachen, sollen zunächst die Brüche „verschwinden“. Dazu werden **beide** Seiten der Gleichung mit dem gemeinsamen Hauptnenner **aller** Brüche multipliziert.

$$-\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{8}x+1 = 1 \quad \left| \cdot 8 (=\text{Hauptnenner}) \right.$$
$$-12x^2-3x+8 = 8$$

Nach x auflösen

1. In 0-Form bringen:
$$-12x^2-3x+8 = 8 \quad \left| -8 \right.$$
$$-12x^2-3x = 0$$
2. x ausklammern:
$$-12x^2-3x = 0 \Rightarrow x(-12x-3) = 0$$
3. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:
$x = 0$ oder $-12x-3 = 0$
$$\Rightarrow \quad -12x-3 = 0 \quad \left| +3 \right.$$
$$-12x = 3 \quad \left| \div(-12) \right.$$
$$x = -\frac{1}{4}$$
und es ist $x_1 = 0$ und $x_2 = -\frac{1}{4}$.
4. Damit hat die Gleichung folgende Lösungsmenge: $L = \left\{0, -\frac{1}{4}\right\}$

Beispiele

Bringen Sie die Gleichungen in 0-Form und lösen sie mittels Ausklammern .

a) $-2x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ b) $-x^2+x = 0$ c) $x^2-2x = 3x^2+x$

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit Hilfe der Lösungskarte 1.

Aufgabe

Gegeben ist die Gleichung:

$$ax^2+bx = 0 \qquad (a, b \neq 0)$$

a) Wie viele Lösungen gibt es?

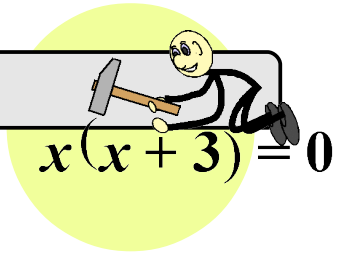
b) Geben Sie die Lösungsmenge für x an.

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit Hilfe der Lösungskarte 2.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2010 Henrik Horstmann

Quadratische Gleichung Lösen: Ausklammern

Lösungskarte 1



Beispiele

$-2x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$

1. Brüche eliminieren:

$$\begin{aligned} -2x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{4} &= \frac{5}{4} \quad |\cdot 12 \\ -24x^2+8x+15 &= 15 \end{aligned}$$

2. In 0 -Form bringen:

$$\begin{aligned} -24x^2+8x+15 &= 15 \quad |-15 \\ -24x^2+8x &= 0 \end{aligned}$$

3. x ausklammern:

$$\begin{aligned} -24x^2+8x &= 0 \\ x(-24x+8) &= 0 \end{aligned}$$

4. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:

$x_1=0$ oder $-24x+8=0$

$$\begin{aligned} -24x+8 &= 0 \quad |-8 \\ -24x &= -8 \quad |\div(-24) \\ x_2 &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Lösungsmenge:

$L=\left\{0;\frac{1}{3}\right\}$

$-x^2+x=0$

1. Ausklammern von x:

$$\begin{aligned} -x^2+x &= 0 \\ \Rightarrow \quad x(-x+1) &= 0 \end{aligned}$$

2. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:

$x=0$ oder $-x+1=0$

und es ist

$x_1=0$ und $x_2=1$.

Lösungsmenge:

$L=\{0,1\}$

$x^2-2x=3x^2+x$

1. In 0 -Form bringen:

$$\begin{aligned} x^2-2x &= 3x^2+x \quad |-3x^2-x \\ -2x^2-3x &= 0 \end{aligned}$$

2. x ausklammern:

$$\begin{aligned} -2x^2-3x &= 0 \\ \Rightarrow \quad x(-2x-3) &= 0 \end{aligned}$$

3. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:

$x=0$ oder $-2x-3=0$ und es ist

$x_1=0$ und $x_2=-\frac{3}{2}$.

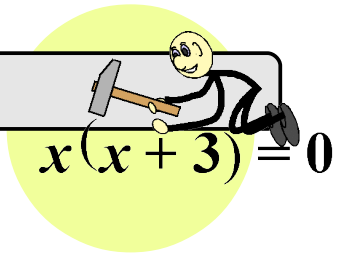
Lösungsmenge:

$L=\left\{-\frac{3}{2},0\right\}$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2010 Henrik Horstmann

Quadratische Gleichung Lösen: Ausklammern

Lösungskarte 2



Aufgabe

zu a) Es gibt genau zwei Lösungen.

zu b) Ausklammern von x:

$$\begin{aligned} ax^2+bx &= 0 \\ \Rightarrow \quad x(ax+b) &= 0 \end{aligned}$$

Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:

$x=0$ oder $ax+b=0$

und es ist $x_1=0$ und $x_2=-\frac{b}{a}$ $(a\neq 0)$.

Damit hat die Gleichung folgende Lösungsmenge: $L=\left\{-\frac{b}{a},0\right\}$ $(a\neq 0)$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2010 Henrik Horstmann