

Momentane Änderungsrate (1)

Ein Quadrat hat die Seitenlänge x . Wie groß ist der unmittelbare Flächenzuwachs (**momentane Änderung**), wenn die Kantenlänge verlängert wird?

Auf zur momentanen Änderung

Im Term $A_{\text{absolut}} = h \cdot x + h^2 + h \cdot x$ werden zur Berechnung der absoluten Änderung Flächengrößen verschiedener Rechtecke verwendet.

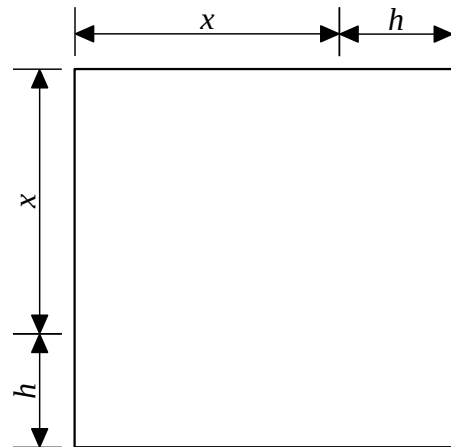




Abbildung 1:

- a) Zeichnen Sie die zur Berechnung von A_{absolut} genutzten Rechtecke in Abbildung 1 ein.

Lösung 1 




- b) Schraffieren Sie nur Rechtecke, die A_{absolut} maßgeblich beeinflussen, wenn $h \rightarrow 0$ strebt.

Lösung 2 



- c) Berechnen Sie aus $h \cdot x + h^2 + x \cdot h$ einen Term zur Berechnung der mittleren Änderungsrate A_{mittel} .

Lösung 3 




- d) Wie ändert sich der Flächenzuwachs des Quadrats in unmittelbarer Umgebung von x ?

Tipp 1 



Tipp 2 

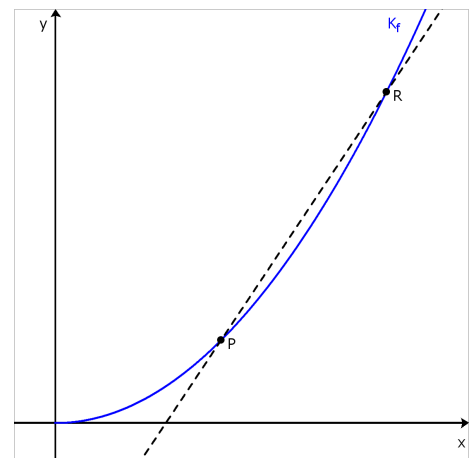


Lösung 4 




Momentane Änderungsrate eine Interpretation

f ist eine Funktion und K_f ihr Graph. Weiter sind $P=(x|f(x))$ und $R=(x+h|f(x+h))$ zwei Punkte die auf K_f liegen. Die mittlere Änderungsrate kann als Steigung der Sekante von K_f durch P und R betrachtet werden.



- a) Beschreiben Sie, das Verhalten der Sekante, wenn $h \rightarrow 0$ strebt.

Lösung 5 



- b) Welche Bedeutung hat die momentane Änderung in diesem Kontext?

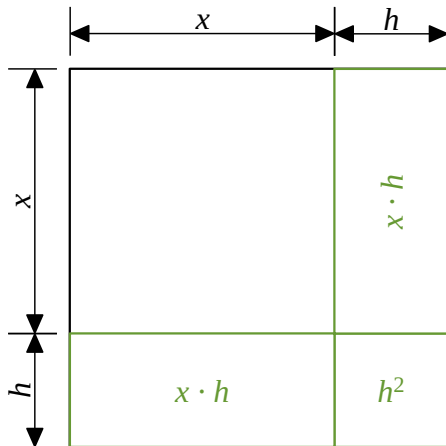
Lösung 6 



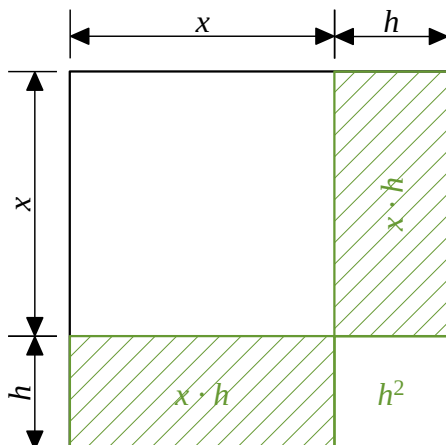
Tipps und Lösungen

Auf zur momentanen Änderung

zu a)



zu b)



zu c)
$$A_{\text{mittel}} = \frac{x \cdot h + h^2 + x \cdot h}{h} = \frac{h(x+h+x)}{h} = 2x+h$$

zu d) Tipp 1: Nutzen Sie für die Antwort dieser Frage A_{mittel} aus c).

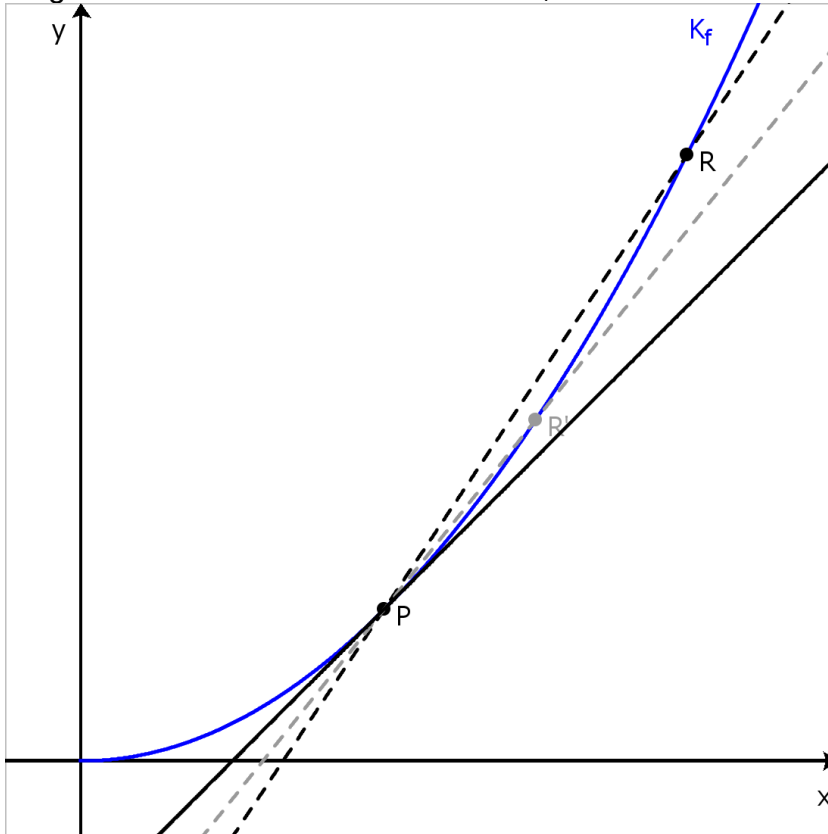
Tipp 2: Um eine Aussage zur momentanen Änderung des Flächenzuwachs für die Kantenlänge x zu machen, muss die Änderung des Flächenzuwachs in unmittelbarer Umgebung von x betrachtet werden. Dazu muss h immer kleiner werden.

Lösung:
$$\lim_{h \rightarrow 0} (2x+h) = 2x$$



Momentane Änderungsrate eine Interpretation

zu a) Wenn $h \rightarrow 0$ strebt, dann nähert sich der Punkt R immer näher dem Punkt P . Liegen die beiden Punkte aufeinander, so wird aus der Sekante eine Tangente.



zu b) Die momentane Änderung gibt die Steigung der Tangente an.

