

Differenzierbarkeit

Differenzenquotient der Wurzelfunktion

Aufgabe 1: Sortieren Sie nebenstehende Terme in eine Reihenfolge, so dass in jedem Schritt nur eine Umformung vorgenommen wird. Beschreiben Sie jeden Umformungsschritt mit eigenen Worten. $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in \mathbb{R}_+$

$$\frac{1}{\sqrt{x_0} + \sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x_0} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x_0} - \sqrt{x})(\sqrt{x_0} + \sqrt{x})}$$

$$\frac{\sqrt{x_0} - \sqrt{x}}{x_0 - x}$$

$$\frac{\sqrt{x_0} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x_0})^2 - (\sqrt{x})^2}$$

Beschreibung

$$\frac{f(x_0) - f(x)}{x_0 - x}$$

Definition von f anwenden

$$= \frac{\sqrt{x_0} - \sqrt{x}}{x_0 - x}$$

Identität $(\sqrt{\quad})^2$ im Nenner anwenden


$$= \frac{\sqrt{x_0} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x_0})^2 - (\sqrt{x})^2}$$

3. binomische Formel anwenden

$$= \frac{\sqrt{x_0} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x_0} - \sqrt{x})(\sqrt{x_0} + \sqrt{x})}$$

kürzen

$$= \frac{1}{\sqrt{x_0} + \sqrt{x}}$$


Lösung 1 



Differentialquotient der Wurzelfunktion

Aufgabe 2: Bestimmen Sie den Grenzwert des Differentialquotienten für $x_0 \rightarrow x$ für die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in \mathbb{R}_+$:

$$\lim_{x_0 \rightarrow x} \frac{f(x_0) - f(x)}{x_0 - x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Lösung 2 



Aufgabe 3: Für welche Werte von x ist der Grenzwert aus Aufgabe 2 nicht definiert?

$$x \in \mathbb{R}_-$$

Lösung 3 