



## Unterrichtsskizze zu Mehrstufige Zufallsexperimente

Dauer: 90 Minuten

Material: Kreisel



### Zufallsexperiment

1. Die Lernenden führen ein zweistufiges Zufallsexperiment mit Hilfe des Kreiselroulettes durch.

(WR.Mehrstufige\_Zufallsexperimente\_Pfadregel.02.Folien.pdf, Folie 1).

Jede\*r führt das Experiment 20 mal durch und trägt die Ergebnisse in einer Häufigkeitstabelle ein. Um auf die Wahrscheinlichkeit für die Ergebnisse schließen zu können, besorgen sich die Lernenden von ihren Mitschülern weitere Daten um schließlich für jedes mögliche Ergebnis die relative Häufigkeit bestimmen zu können. So soll ein erster Eindruck von der möglichen Wahrscheinlichkeit entstehen. Außerdem können die Daten zur Überprüfung von Überlegungen zu einem späteren Zeitpunkt herangezogen werden.

### Baumdiagramm

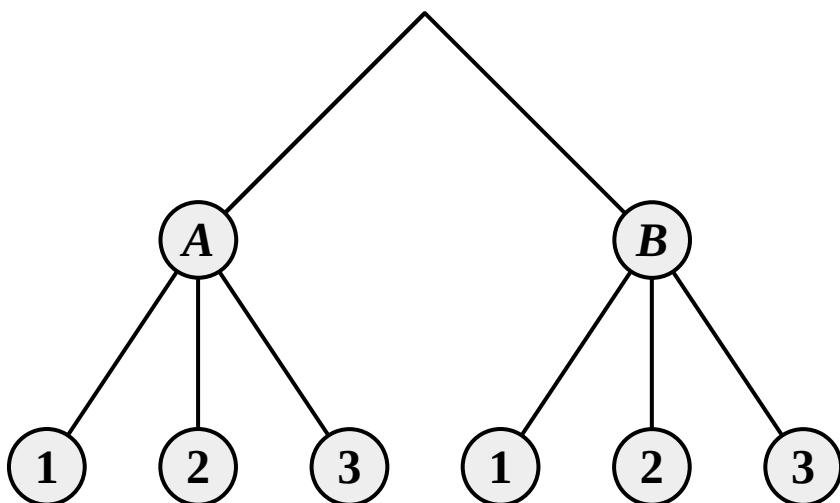
1. Die Lernenden werden aufgefordert sich eine sinnvolle grafische Darstellung des zuvor ausgeführten Zufallsexperiments zu überlegen (WR.Mehrstufige\_Zufallsexperimente\_Pfadregel.02.Folien.pdf, Folie 2). Zwei Anforderungen muss die Grafik erfüllen. Zum einen muss die Reihenfolge der Teilexperimente erkennbar sein und zum anderen müssen alle möglichen Ergebnisse des Gesamtexperiments sichtbar sein.
2. Im Plenum werden verschiedene Lösungen gegenübergestellt und diskutiert. Aspekte der Diskussion können sein:
  - Vor- und Nachteile der Darstellungen untereinander
  - Lesbarkeit
  - Wie gut spiegelt eine Zeichnung die Struktur des zweistufigen Zufallsexperiments wieder.
  - Ist eine Darstellung für weitere Stufen erweiterbar.





# Wahrscheinlichkeitsrechnung

3. Bezugnehmend auf die Lösungen der Lernenden wird das Baumdiagramm eingeführt, allerdings noch ohne die Wahrscheinlichkeiten an den Ästen.



## Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis ermitteln

1. Am Beispiel des Ergebnisses (A,3) sollen die Lernenden sich überlegen, wie groß die Wahrscheinlichkeit dafür ist. Zu diesem Zeitpunkt ist die Pfadregel noch nicht bekannt. Somit können die Lernenden nur aus den Informationen, dass die Teilexperimente Laplace Experimente sind und den Werten aus der Häufigkeitstabelle auf die Wahrscheinlichkeit schließen. Damit ist es spürbar, dass ein neues mathematisches Verfahren hilfreich sein könnte.
2. Bevor das jedoch in Angriff genommen wird, soll noch überprüft werden, ob die Reihenfolge der Teilexperimente in diesem Fall eine Reihenfolge spielt. Schlüsse lassen sich aus der Ergebnismenge zusammen mit der intuitiven, impliziten Vorstellung, dass die Teilexperimente unabhängig voneinander sind, ziehen. Auf die Unabhängigkeit muss an dieser Stelle nicht genauer eingegangen werden. Sinnvoll ist eine Differenzierung, wenn „Ziehen ohne Zurücklegen“ untersucht wird.

## Pfadregel

1. Mit Hilfe von Absoluten Zahlen spielen die Lernenden das Experiment durch (WR.Mehrstufige\_Zuffalsexperimente\_Pfadregel.02.Folien.pdf, Folie 3). Es sollen 300 Runden untersucht werden. 300 ist gewählt, weil es gut greifbare Zahl und in



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

2025 Henrik Horstmann



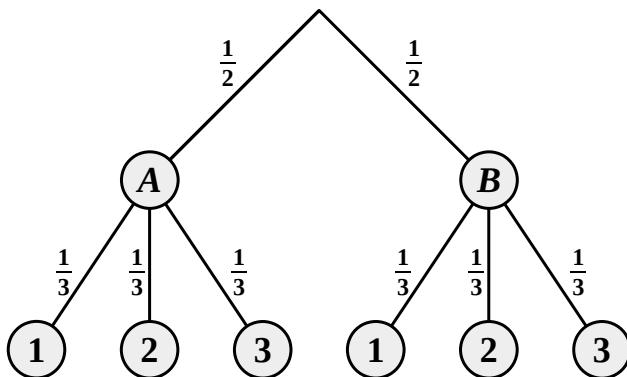
# Wahrscheinlichkeitsrechnung

jedem Schritt der Überlegungen zu ganzzahligen Ergebnissen führt. So wird eine Diskussion über Halbe Treffer vermieden.

Schritt für Schritt berechnen die Lernenden, wie viele Treffer für die einzelnen Teilergebnisse übrigbleiben. Dabei ist die Kenntnis über das Verhalten der Teilexperimente zu nutzen.

Im ersten Schritt gilt für A, dass es eine Trefferquote von 50 % hat. Somit wird in den 300 Runden der Kreisel  $300 * \frac{1}{2} = 150$  A treffen. In den 150 Fällen, in denen A getroffen wurde, wird anschließend in  $33,3\%$  der Fälle die 3 treffen. Somit lässt sich das Vorkommen des Ergebnis (A,3) wie folgt berechnen:  $300 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}_{\text{Pfadregel}} = 300 \cdot \frac{1}{6} = 50$ .

2. Im Plenum werden die Erkenntnisse zusammengetragen und daraus die Pfadregel extrahiert (siehe oben).
3. Schließlich werden im Baumdiagramm die Einzelwahrscheinlichkeiten an den Ästen notiert:



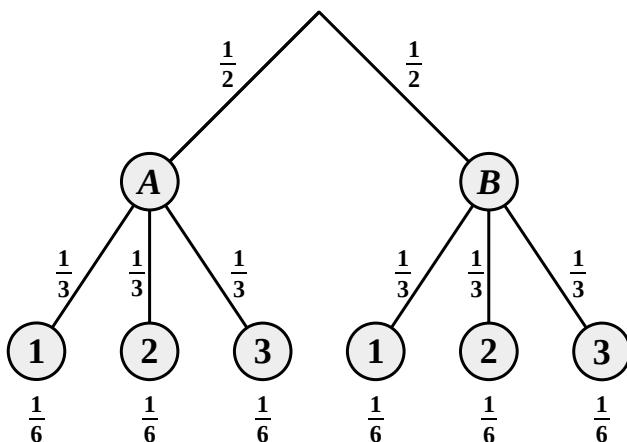
Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

2025 Henrik Horstmann



# Wahrscheinlichkeitsrechnung

4. Mit der Pfadregel werden dann die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse berechnet und an den Blättern notiert:



5. Um die Summenregel an dieser Stelle wieder aufzugreifen, können Ereignisse wie z. B.  $E = \text{"im zweiten Teilexperiment ist das Ergebnis 2"}$  betrachtet werden.

## Übungen

Um das Erlernte zu festigen und zu überprüfen, ob alles verstanden wurde, bearbeiten die Lernenden entsprechende Aufgaben.  
(WR.Mehrstufige\_Zufallsexperimente\_Pfadregel.03.Aufgaben.A.pdf).

## Lerntagebuch

Folgende Inhalte sollen im Lerntagebuch festgehalten werden:

- ◆ Beschreibung des zweistufigen Zufallsexperiments, inklusive der dazugehörigen Häufigkeitstabelle.
- ◆ Zeichnung der eigenen grafischen Darstellung des Zufallsexperiments.
- ◆ Überlegungen zu der Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses (A,3).
- ◆ Überlegungen zur Vertauschbarkeit der beiden Teilexperimente.
- ◆ Entwicklung der Pfadregel anhand absoluter Zahlen, sowie die Ergebnisse aus der Plenumsdiskussion.
- ◆ Übungsblatt mit Lösungen



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

2025 Henrik Horstmann