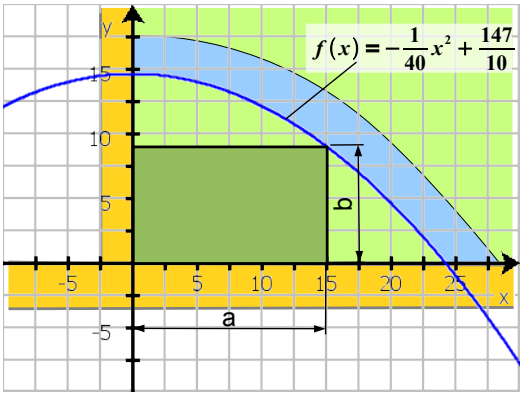
Nebenbedingungen und Definitionsbereich

Beispiel: Bauplatz

Sachverhalt



Ein Grundstück wird an zwei Seiten durch Straßen eingeschlossen, die sich im rechten Winkel schneiden. Die restliche Grenze des Grundstücks bildet ein Fluss, dessen Verlauf die Form einer Parabel mit $f(x) = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{147}{10}$ hat. Von diesem Grundstück soll ein rechteckiges Teilstück für einen Neubau abgesteckt werden, so dass zwei Seiten auf der Grenze zu den beiden Straßen liegen und ein Eckpunkt sich am Flussufer befindet.

Die Fläche des abgesteckten Rechtecks wird durch den Term $A = a \cdot b$ berechnet.

Aufgabe an den Architekt

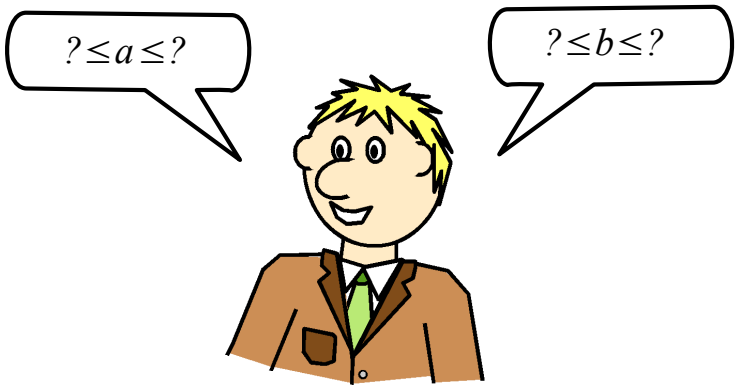
Der Architekt bekommt vom Bauherren die Aufgabe alle Nebenbedingungen, und den Definitionsbereich festzustellen, denen die Berechnung der Flächengröße für das Objekt unterliegt.

Zunächst sucht der Architekt nach Nebenbedingungen. Dazu bekommt er von einem Kollegen folgenden Tipp:

Helfen Sie dem Architekten und formulieren Sie zu dem Tipp eine mathematische Bedingung.

(Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen auf der Lösungskarte 1)

Auch beim Definitionsbereich tut sich der Architekt schwer.



Bestimmen Sie den kleinsten, sowie den größten Wert, den die beiden Variable a und b annehmen können.

(Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen auf der Lösungskarte 2)

© 2009 Henrik Horstmann

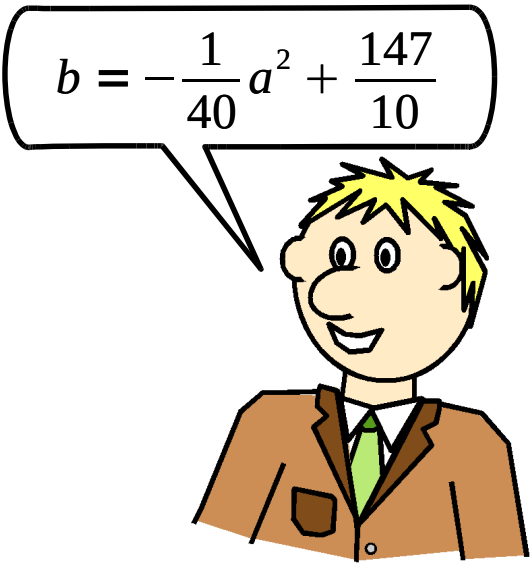
Nebenbedingungen und Definitionsbereich

Beispiel: Bauplatz

Lösungskarte 1

Der Eckpunkt des Rechtecks, der sich am Flussufer befindet, liegt gleichzeitig auf der Parabel.

Die Seite b hat damit die Länge, die sich aus dem Abstand von der x-Achse zu dem Eckpunkt auf der Parabel ergibt. Diese Länge entspricht dem Funktionswert der Parabelgleichung an der Stelle a und es gilt:



 © 2009 Henrik Horstmann

Nebenbedingungen und Definitionsbereich

Beispiel: Bauplatz

Lösungskarte 2

Betrachten wir zunächst Seite a :

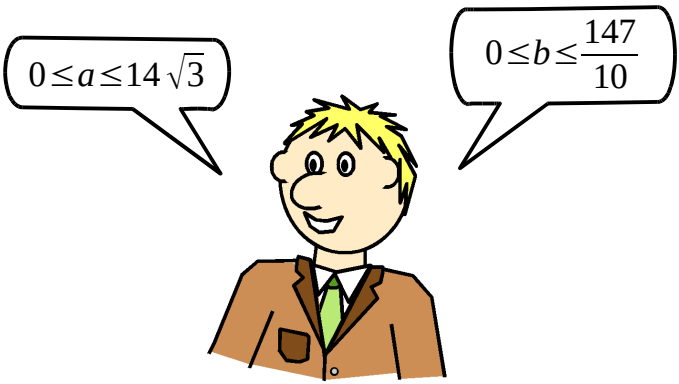
Kleinster Wert für a : Die Seite a kann nicht kürzer werden als $0\,\mathrm{m}$.

Größter Wert für a : Die Seite a kann nicht Länger werden, als die untere Grundstücksseite. Diese Länge bekommen wir mit Hilfe der Nullstelle der Parabel: $N\left(14\sqrt{3} \mid 0\right)$.

Betrachten wir nun Seite b :

Kleinster Wert für b : Die Seite b kann nicht kürzer werden als $0\,\mathrm{m}$.

Größter Wert für b : Die Seite b kann nicht Länger werden, als die linke Grundstücksseite. Diese Länge bekommen wir mit Hilfe des y-Achsenabschnitts der Parabel: $S_y\left(0 \mid \frac{147}{10}\right)$.



 © 2009 Henrik Horstmann