

# Faktor- und Summenregel

## Faktorregel

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 3p(x)$  mit  $p(x) = x^2$ .

Gesucht ist die Ableitungsfunktion  $f'(x)$ .

Bilde zunächst den Differenzenquotienten und suche dann nach dem Grenzwert:

$$1. \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{3p(x) - 3p(x_0)}{x - x_0} = \frac{3x^2 - 3x_0^2}{x - x_0} = \frac{3(x^2 - x_0^2)}{x - x_0} = \frac{3(x - x_0)(x + x_0)}{x - x_0} = 3(x + x_0)$$
$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} 3(x + x_0) = 3 \cdot \underbrace{2x_0}_{=p'(x)}$$

Damit ist  $f'(x) = 3p'(x)$ .

Das Ergebnis lässt sich zur Faktorregel verallgemeinern:

$$f(x) = ap(x) \Rightarrow f'(x) = ap'(x) \quad (a \in \mathbb{R})$$

### Beispiele:

- |                              |                  |
|------------------------------|------------------|
| a) $f(x) = 4x^3$             | $f'(x) = 12x^2$  |
| b) $f(x) = -2x^8$            | $f'(x) = -16x^7$ |
| c) $f(x) = 7x \quad (=7x^1)$ | $f'(x) = 7$      |
| d) $f(x) = 7 \quad (=7x^0)$  | $f'(x) = 0$      |

## Summenregel

Gegeben ist die Potenzfunktion  $f(x) = p(x) + g(x)$  mit  $p(x) = x^2$  und  $g(x) = x$ .

Gesucht ist die Ableitungsfunktion  $f'(x)$ .

Bilde zunächst den Differenzenquotienten und suche dann nach dem Grenzwert:

$$1. \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{p(x) + g(x) - (p(x_0) + g(x_0))}{x - x_0} = \frac{p(x) - p(x_0) + g(x) - g(x_0)}{x - x_0}$$
$$= \frac{x^2 - x_0^2 + x - x_0}{x - x_0} = \frac{(x - x_0)(x + x_0) + (x - x_0)}{x - x_0} = \frac{(x - x_0)((x + x_0) + 1)}{x - x_0} = x + x_0 + 1$$
$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} x + x_0 + 1 = \underbrace{2x_0}_{=p'(x)} + \underbrace{1}_{=g'(x)}$$

Das Ergebnis lässt sich zur Summenregel verallgemeinern:

$$f(x) = p(x) + g(x) \Rightarrow f'(x) = p'(x) + g'(x)$$

### Beispiele:

- |                             |                            |
|-----------------------------|----------------------------|
| a) $f(x) = x^3 + x^2$       | $f'(x) = 3x^2 + 2x$        |
| b) $f(x) = x^7 + x^4$       | $f'(x) = 7x^6 + 4x^3$      |
| c) $f(x) = x^5 + x^3 + x^2$ | $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 2x$ |
| d) $f(x) = x^4 + x^3 + x$   | $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 1$  |



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).